

МОСКОВСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ. РОБОТОТЕХНИКА.
2025–2026 УЧ. Г. ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ ЭТАП. 7–8 КЛАССЫ
ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ ТУР

ОТВЕТЫ И КРИТЕРИИ ОЦЕНИВАНИЯ

Максимальный балл за работу – 50.

Уважаемые участники!

Для № 1 достаточно привести верный ответ в требуемой форме. Для остальных номеров нужно привести подробное полное решение. При расчётах примите $\pi \approx 3,14$. Обязательно после решения каждой задачи напишите ответ.

1. В попытке участвовали роботы Аз, Буки, Веди, Глаголь, Добро. У роботов два, три, четыре, пять и шесть колёс. Среди роботов нет двух таких, у которых одинаковое число колёс. Известно, что:

- у робота Аз колёс больше, чем у роботов Буки, Веди и Глаголь;
- у робота Буки колёс меньше, чем у роботов Веди, Глаголь и Добро;
- у робота Веди – чётное число колёс;
- у робота Глаголь – нечётное число колёс;
- у робота Добро больше колёс, чем у робота Аз.

Определите, сколько колёс у каждого из роботов. В ответ запишите последовательность заглавных букв, соответствующих первым буквам названий роботов, в порядке увеличения числа колёс, например АБВГД.

Ответ: БГВАД.

За полностью верный ответ – 5 баллов.

Решение

Будем обозначать роботов первыми буквами их названий. Поскольку среди роботов нет двух таких, у которых одинаковое число колёс, то для каждого из роботов можно указать, сколько у него колёс.

Сделаем таблицу и отметим, что нам известно. Так как у робота Веди – чётное число колёс, а у робота Глаголь – нечётное число колёс, то отметим это в таблице.

	А	Б	В	Г	Д
2				–	
3			–		
4				–	
5			–		
6				–	

Так как у робота Аз колёс больше, чем у роботов Буки, Веди и Глаголь, то

	А	Б	В	Г	Д
2	–			–	
3	–		–		
4	–			–	
5			–		
6		–	–	–	

Так как у робота Буки колёс меньше, чем у роботов Веди, Глаголь и Добро, то

	А	Б	В	Г	Д
2	–		–	–	–
3	–		–		
4	–	–		–	
5		–	–		
6		–	–	–	

Получается, что у Веди 4 колеса, а у Буки – два колеса, тогда

	А	Б	В	Г	Д
2	–	+	–	–	–
3	–	–	–		
4	–	–	+	–	–
5		–	–		
6		–	–	–	

Так как у робота Добро больше колёс, чем у робота Аз, то

	А	Б	В	Г	Д
2	–	+	–	–	–
3	–	–	–	+	–
4	–	–	+	–	–
5	+	–	–	–	–
6	–	–	–	–	+

Получается, что у робота Буки – два колеса, у робота Глаголь – три колеса, у робота Веди – четыре колеса, у робота Аз – пять колёс, а у робота Добро – шесть колёс.

Значит, ответ БГВАД.

№ пункта	Критерий	Баллы
1	Дан полностью верный ответ в требуемой форме (БГВАД)	5
2	Дан верный ответ, но в другой форме	4
3	В остальных случаях	0

2. Робот оснащён двумя ведущими колёсами, левым колесом управляет мотор А, правым колесом управляет мотор В. Диаметр каждого из колёс робота равен 5 см. Колёса напрямую подсоединены к моторам. Ширина колеи робота равна 25 см.

А. Робот повернулся вокруг колеса А на 90°. Определите угол, на который повернулась ось мотора В. Ответ дайте в градусах.

Ответ: 900°.

За верный ответ – 5 баллов.

Решение

Угол поворота оси мотора В : $90^\circ \cdot 25 : (5 : 2) = 900^\circ$

Б. Ось мотора А повернулась на 250° , в то же самое время ось мотора В повернулась на -250° . Определите угол, на который повернулся робот. Ответ дайте в градусах.

Ответ: 50° .

За верный ответ – 5 баллов.

Решение

Угол поворота робота: $250^\circ \cdot 5 : 25 = 50^\circ$

№ пункта	Критерий	Баллы
Пункт А		
1	Приведено полное решение. Дан полностью верный ответ в требуемой форме (900°)	5
2	Дан только верный ответ (900°)	2
3	В остальных случаях	0
Пункт Б		
1	Приведено полное решение. Дан полностью верный ответ в требуемой форме (50°)	5
2	Дан только верный ответ (50°)	2
3	В остальных случаях	0

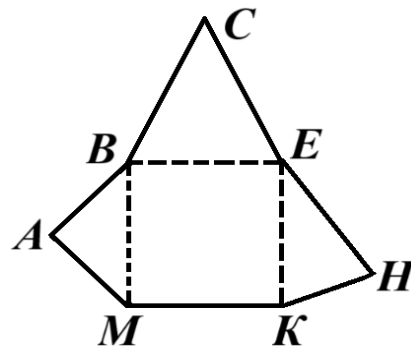
3. Робот движется по ровной горизонтальной поверхности и наносит на неё изображение многоугольника АВСЕНКМ (см. *Рисунок*) при помощи кисти, закреплённой посередине между колёс. Изображение многоугольника АВСЕНКМ состоит из квадрата и трёх разных треугольников. Известно, что $BC = BE = CE$, $EK = EN$, $AB = AM$, $\angle A = 90^\circ$, $\angle KEN = 40^\circ$. Определите минимальный суммарный угол поворота робота при проезде по всей траектории. Ответ дайте в градусах. Все повороты робот должен совершать на месте. Робот не может ехать назад. Отрезки, изображённые пунктиром, роботу рисовать не нужно.

Справочная информация

Под суммарным углом поворота понимается сумма величин углов поворотов, при этом направление поворотов робота не учитывается.

Так как робот не может ехать назад, то угол поворота робота равен углу, дополняющему угол многоугольника до 180° .

Если угол многоугольника больше 180° , то для расчёта угла поворота берётся внешний угол многоугольника.



Рисунок

Ответ: 290° .

За верный ответ – 5 баллов.

Решение

Так как $BC = BE = CE$, то треугольник BCE – равносторонний, значит, каждый из его внутренних углов равен 60° .

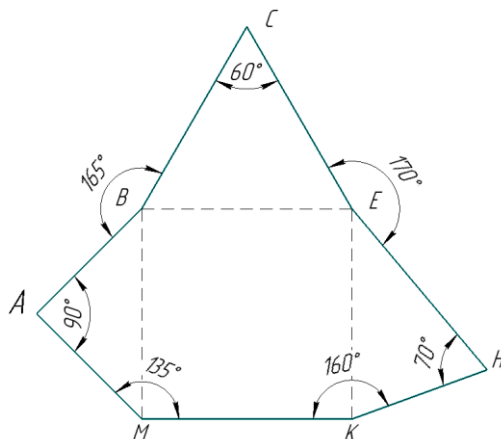
Так как $EK = EN$, то треугольник EKN – равнобедренный, значит:

$$\angle K = \angle H = (180^\circ - \angle KEN)/2 = (180^\circ - 40^\circ)/2 = 70^\circ$$

Так как $AB = AM$, то треугольник ABM – равнобедренный, значит:

$$\angle AMB = \angle ABM = (180^\circ - \angle A)/2 = (180^\circ - 90^\circ)/2 = 45^\circ$$

Выполнив необходимые вычисления, найдём углы.



В качестве точки старта выгоднее всего выбрать вершину угла, градусная мера которого минимальна из указанных углов, то есть выгоднее всего стартовать в вершине угла C .

Посчитаем градусную меру минимального суммарного угла поворота, если робот стартует из вершины C .

$$(180^\circ - 170^\circ) + (180^\circ - 70^\circ) + (180^\circ - 160^\circ) + (180^\circ - 135^\circ) + (180^\circ - 90^\circ) + (180^\circ - 165^\circ) = 290^\circ$$

№ пункта	Критерий	Баллы
1	Приведено полное решение. Дан полностью верный ответ в требуемой форме (290°)	5
2	Верно найдена градусная мера угла Н или угла ЕКН (70°) и/или угла АВМ или угла АМВ (45°), но решение не доведено до конца или дальше в решении допущена ошибка/ошибки	3
3	Дан только верный ответ (290°)	2
4	В остальных случаях	0

4. На ведущей оси первой ступени механизма (лебёдки), закреплённого на неподвижной платформе, находится шестерёнка с 20 зубьями, на ведомой оси первой ступени – шестерёнка с 50 зубьями. На ведущей оси второй ступени находится шестерня с 30 зубьями, а на ведомой оси – шестерёнка с 50 зубьями. На ведущей оси третьей ступени находится шестерня с 20 зубьями, а на ведомой оси – шестерёнка с 45 зубьями. Ведущий вал делает 5 оборотов в секунду. На ведомом валу передачи находится барабан, на который в один слой наматывается тонкая невесомая нерастяжимая нить. Другой конец нити привязан к тележке. Нить натянута параллельно земле. У тележки 4 колеса одинакового радиуса 4 см. Радиус окружности барабана равен 15 см. Определите, какое максимальное число оборотов может сделать каждое из колёс тележки за те 90 секунд, пока лебёдка подтягивает тележку.

Ответ: 180 оборотов.

За верный ответ – 10 баллов.

Решение

90 с = 1,5 мин

Частота вращения ведомой оси передачи:

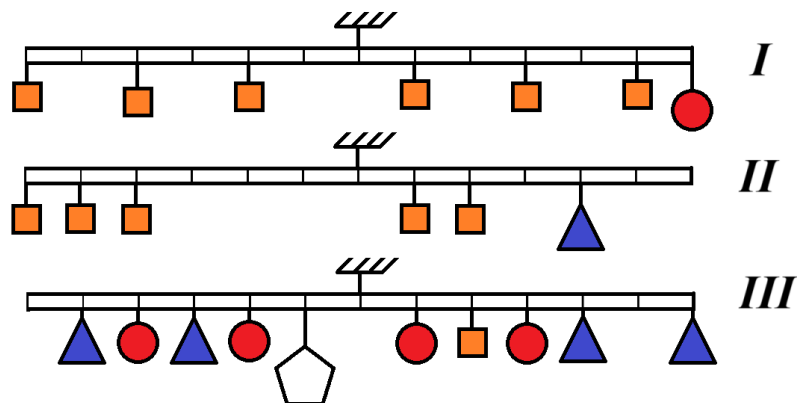
$$60 \cdot 5 \cdot (20/50) \cdot (30/50) \cdot (20/45) = 60 \cdot 5 \cdot (2/5) \cdot (3/5) \cdot (4/9) = 32 \text{ (об./мин)}$$

Число оборотов, которые сделает каждое из колёс тележки:

$$1,5 \cdot 32 \cdot 2 \cdot \pi \cdot 15 : (2 \cdot \pi \cdot 4) = 3 \cdot 4 \cdot 15 = 180 \text{ (об.)}$$

№ пункта	Критерий	Баллы
1	Приведено полное решение. Дан полностью верный ответ в требуемых единицах измерения (180 оборотов)	10
2	Верно найдена частота вращения ведомой оси передачи (32 оборота в минуту), но решение не доведено до конца или дальше в решении допущена ошибка/ошибки	5
3	Дан только верный ответ в верных единицах измерения (180 оборотов)	5
4	В остальных случаях	0

5. Прочную, жёсткую балку подвесили за середину и получили весы. Длина балки равна 60 см. Для удобства использования весов поперёк балки сделали засечки, расположенные на равном расстоянии друг от друга. В наборе есть несколько одинаковых квадратов, несколько одинаковых кругов, несколько одинаковых треугольников и несколько одинаковых пятиугольников. С помощью имеющихся элементов произвели три взвешивания (см. *Равновесие рычагов*).



Равновесие рычагов

Масса одного пятиугольника равна 140 г. Определите суммарную массу всех объектов, подвешенных к балке при третьем (III) взвешивании. Ответ дайте в граммах. Массой нитей и балки можно пренебречь.

Ответ: 440 г.

За верный ответ – 10 баллов.

Решение

Балка разделена засечками на равные части. Так как длина рычага не имеет значения, а важно только соотношение между длинами плеч, то при записи условия равновесия рычага будем измерять плечи в количестве частей.

Обозначим за x массу одного квадрата, а за A – массу одного круга. Запишем уравнение равновесия рычага для первого (I) взвешивания.

$$6 \cdot x + 4 \cdot x + 2 \cdot x = 1 \cdot x + 3 \cdot x + 5 \cdot x + 6 \cdot A$$

$$A = 0,5x \quad (1)$$

Обозначим за B массу треугольника. Запишем уравнение равновесия рычага для второго (II) взвешивания.

$$6 \cdot x + 5 \cdot x + 4 \cdot x = 1 \cdot x + 2 \cdot x + 4 \cdot B$$

$$B = 3x \quad (2)$$

Запишем уравнение равновесия рычага для третьего (III) взвешивания.

$$5 \cdot B + 4 \cdot A + 3 \cdot B + 2 \cdot A + 1 \cdot 140 = 1 \cdot A + 2 \cdot x + 3 \cdot A + 4 \cdot B + 6 \cdot B$$

$$2A + 140 = 2B + 2x$$

Подставим в получившееся уравнение соотношения (1) и (2).

$$2 \cdot 0,5x + 140 = 2 \cdot 3x + 2x$$

$$7x = 140$$

$$x = 20$$

Определим суммарную массу всех объектов, подвешенных к балке при третьем (III) взвешивании.

$$4A + 4B + x + 140 = 15x + 140 = 15 \cdot 20 + 140 = 440 \text{ (г)}$$

№ пункта	Критерий	Баллы
1	Приведено полное решение. Дан полностью верный ответ в требуемых единицах измерения (440 г)	10
2	Верно определена в граммах масса одного квадрата (20 г), и/или масса одного круга (10 г), и/или масса одного треугольника (60 г), но решение не доведено до конца или дальше в решении допущена ошибка/ошибки. Верно определённая масса хотя бы одного из объектов должна быть найдена в явном виде	7
3	Дан только верный ответ в верных единицах измерения (440 г)	5
4	В остальных случаях	0

6. Робот оснащён двумя отдельно управляемыми колёсами разного радиуса. Колёса напрямую подсоединены к моторам. Левым колесом управляет мотор А, правым колесом управляет мотор В. Расстояние S равно 60 см (см. *Схему робота*). Моторы установлены так, что если ось каждого из моторов повернётся на соответствующее положительное число градусов, то робот поедет прямо вперёд.

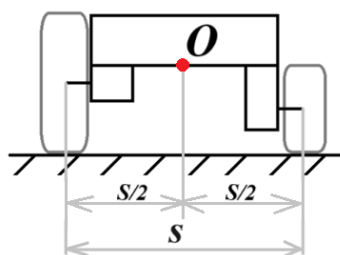


Схема робота

Диаметр колеса, подсоединённого к мотору А, равен 15 см, диаметр колеса, подсоединённого к мотору В, равен 6 см. Колёса так расположены на роботе, что его верхняя грань горизонтальна. Робот совершил поворот вокруг точки O на 180° (аналог танкового поворота). Определите, на сколько градусов угол поворота одного из колёс больше, чем угол поворота другого колеса. При подсчёте направление вращения моторов учитывать не нужно.

Ответ: 1080° .

За верный ответ – 10 баллов.

Решение

Каждое из колёс будет двигаться по окружности, диаметр которой равен 60 см.

Для колеса А угол поворота будет равен:

$$60 \cdot 180^\circ : 15 = 720^\circ$$

Для колеса В угол поворота будет равен:

$$60 \cdot 180 : 6 = 1800^\circ$$

Разность между углами поворота колёс равна:

$$1800^\circ - 720^\circ = 1080^\circ$$

№ пункта	Критерий	Баллы
1	Приведено полное решение. Дан полностью верный ответ в требуемых единицах измерения (1080°)	10
2	Верно найден угол поворота колеса А (720°) и/или верно найден угол поворота колеса В (1800°), но решение не доведено до конца или дальше в решении допущена ошибка/ошибки	7
3	Дан только верный ответ в верных единицах измерения (1080°)	5
4	В остальных случаях	0

Максимальный балл за работу – 50.