

**МОСКОВСКАЯ ПРЕДПРОФЕССИОНАЛЬНАЯ  
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ**  
Заключительный этап  
Междисциплинарные задачи  
8-9 класс

**Задача 1 (8-9 класс): Вариант А**

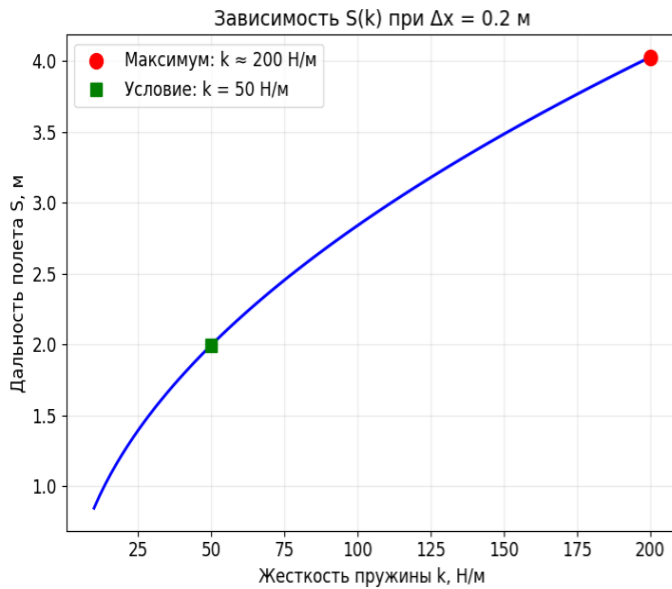
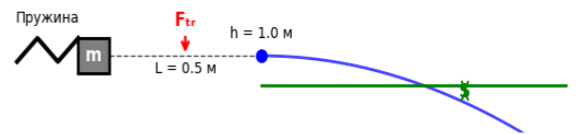


Схема катапульты с траекторией полета

**Параметры:**

$m = 0.1$  кг  
 $\Delta x = 0.2$  м  
 $F_{тр} = 0.05$  Н  
 $k = 50$  Н/м



Для запуска микроспутника используется пружинная катапульта. Её модель: груз массой  $m$  прижимается к пружине жёсткостью  $k$ , сжатой на величину  $\Delta x$ . После освобождения груз движется по горизонтальному участку длиной  $L$ , расположенному в конце ступеньки высотой  $h$ , а затем по параболе. Известно, что на горизонтальном участке действует постоянная сила трения  $F_{тр}$ . График зависимости дальности полёта  $S$  от жёсткости пружины  $k$  (при фиксированных  $m$ ,  $\Delta x$ ,  $L$ ,  $F_{тр}$ ) представлен в виде кривой с максимумом.

**Вопросы:**

1. Запишите закон сохранения энергии для системы "пружина + груз" на этапе разжатия пружины (до начала движения по горизонтали). Учтите работу силы трения.
2. Постройте качественный график зависимости  $S(\Delta x)$ . Объясните, вид полученной зависимости.
3. Для параметров  $m = 0,1$  кг,  $\Delta x = 0,2$  м,  $L = 0,5$  м,  $F_{тр} = 0,05$  Н и  $k = 50$  Н/м рассчитайте скорость груза  $v$  в конце горизонтального участка.

**МОСКОВСКАЯ ПРЕДПРОФЕССИОНАЛЬНАЯ  
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ**  
**Заключительный этап**  
**Междисциплинарные задачи**  
**8-9 класс**

---

4. Зная скорость  $v$  из п.3 и высоту начала параболического участка  $h = 1$  м, рассчитайте дальность полёта  $S$ . Сопротивлением воздуха пренебречь.
5. Предложите алгоритм в виде псевдокода для численного определения  $\Delta x$  по заданным прочим параметрам ( $m, L, F_{\text{тр}}, k, h, g, S$ ).

**РЕШЕНИЕ**

**Дано:**

$m = 0,1$  кг,  $\Delta x = 0,2$  м,  $L = 0,5$  м,  $F_{\text{тр}} = 0,05$  Н,  $k = 50$  Н/м,  $h = 1$  м,  $g = 9,81$  м/с<sup>2</sup>.

**Вопрос 1:**

Закон сохранения энергии для этапа разжатия пружины:

$$\frac{k\Delta x^2}{2} = \frac{mv_0^2}{2} + F_{\text{тр}} \cdot L$$

где  $v_0$  — скорость в начале горизонтального участка (сразу после разжатия пружины).

**Вопрос 2:**

Выразим  $v_0$  из формулы в предыдущем пункте:

$$v_0 = \sqrt{\frac{k\Delta x^2}{m} - \frac{2F_{\text{тр}}L}{m}}$$

Схематичный рисунок графика будет представлять из себя участок дуги окружности, выходящий из точки с координатой  $(\sqrt{\frac{2F_{\text{тр}}L}{k}}, 0)$ , асимптотически переходящий в прямую.

**МОСКОВСКАЯ ПРЕДПРОФЕССИОНАЛЬНАЯ  
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ**  
**Заключительный этап**  
**Междисциплинарные задачи**  
**8-9 класс**

---

**Вопрос 3:**

Энергия пружины:

$$E_{\text{пруж}} = \frac{k \Delta x^2}{2} = \frac{50 \cdot 0,2^2}{2} = \frac{50 \cdot 0,04}{2} = 1 \text{ Дж}$$

Работа силы трения на горизонтальном участке:

$$A_{\text{тр}} = F_{\text{тр}} \cdot L = 0,05 \cdot 0,5 = 0,025 \text{ Дж}$$

Кинетическая энергия в конце горизонтального участка:

$$E_{\text{кин}} = E_{\text{пруж}} - A_{\text{тр}} = 1 - 0,025 = 0,975 \text{ Дж}$$

Скорость в конце горизонтального участка:

$$v = \sqrt{\frac{2E_{\text{кин}}}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 0,975}{0,1}} = \sqrt{\frac{1,95}{0,1}} = \sqrt{19,5} \approx 4,42 \text{ м/с}$$

**Вопрос 4:**

Время падения с высоты  $h = 1$  м:

$$t_{\text{пол}} = \sqrt{\frac{2h}{g}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 1}{9,81}} = \sqrt{0,2039} \approx 0,452 \text{ с}$$

Дальность полета:

$$S = v \cdot t_{\text{пол}} = 4,42 \cdot 0,452 \approx 2,0 \text{ м}$$

**Вопрос 5:**

Алгоритм (псевдокод):

**МОСКОВСКАЯ ПРЕДПРОФЕССИОНАЛЬНАЯ  
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ**  
**Заключительный этап**  
**Междисциплинарные задачи**  
**8-9 класс**

---

**Вход:**  $m, k, L, F_{tr}, h, g, S$ :

Если  $S < 0$  или  $h \leq 0$  или  $g \leq 0$  или  $k \leq 0$  то:

вывести "Ошибка: некорректные параметры"

возврат

$$t_{flight} = \sqrt{2 * h / g}$$

$$v_{required} = S_{заданная} / t_{flight}$$

$$E_{kin\_required} = 0.5 * m * v_{required}^2$$

$$A_{tr} = F_{tr} * L$$

$$E_{spring\_total} = A_{tr} + E_{kin\_required}$$

Если  $E_{spring\_total} < 0$  то:

Вывести "Ошибка: невозможно достичь такой дальности (требуется отрицательная энергия)"

Возврат

$$dx_{required} = \sqrt{2 * E_{spring\_total} / k}$$

**Вывод:**  $dx_{required}$

**Задача 1 (8-9 класс): Вариант Б**

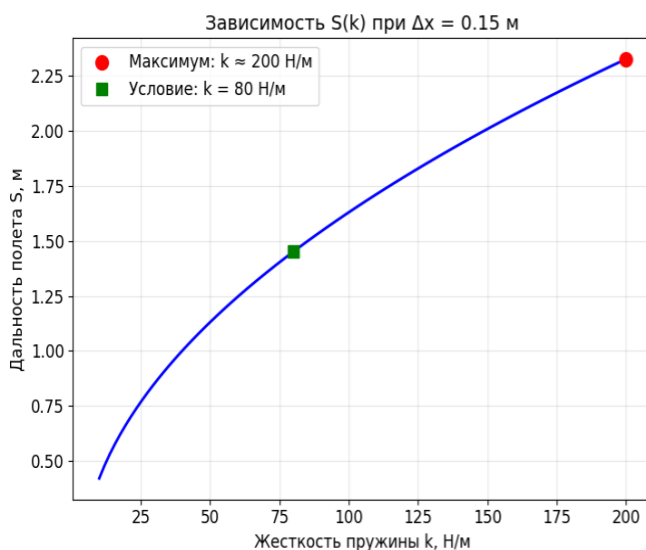
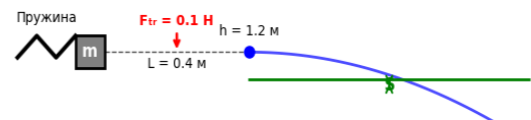


Схема катапульты с траекторией полета

**Параметры (Вариант Б):**

$m = 0.2$  кг  
 $\Delta x = 0.15$  м  
 $F_{tr} = 0.1$  Н  
 $k = 80$  Н/м



**МОСКОВСКАЯ ПРЕДПРОФЕССИОНАЛЬНАЯ  
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ**  
**Заключительный этап**  
**Междисциплинарные задачи**  
**8-9 класс**

---

Для запуска микроспутника используется пружинная катапульта. Её модель: груз массой  $m$  прижимается к пружине жёсткостью  $k$ , сжатой на величину  $\Delta x$ . После освобождения груз движется по горизонтальному участку длиной  $L$ , расположенному в конце ступеньки высотой  $h$ , а затем по параболе. Известно, что на горизонтальном участке действует постоянная сила трения  $F_{\text{тр}}$ . График зависимости дальности полёта  $S$  от сжатия пружины  $k$  (при фиксированных  $m$ ,  $\Delta x$ ,  $L$ ,  $F_{\text{тр}}$ ) представлен в виде кривой с максимумом.

**Вопросы:**

1. Запишите закон сохранения энергии для системы "пружина + груз" на этапе разжатия пружины (до начала движения по горизонтали). Учтите работу силы трения.
2. Постройте качественный график зависимости  $S(\Delta x)$ . Объясните, вид полученной зависимости.
3. Для параметров  $m = 0,2$  кг,  $\Delta x = 0,15$  м,  $L = 0,4$  м,  $F_{\text{тр}} = 0,1$  Н и  $k = 80$  Н/м рассчитайте скорость груза  $v$  в конце горизонтального участка.
4. Зная скорость  $v$  из п.3 и высоту начала параболического участка  $h = 1,2$  м, рассчитайте дальность полёта  $S$ . Соппротивлением воздуха пренебречь.
5. Предложите алгоритм в виде псевдокода для численного определения  $\Delta x$  по заданным прочим параметрам ( $m$ ,  $L$ ,  $F_{\text{тр}}$ ,  $k$ ,  $h$ ,  $g$ ,  $S$ ).

**РЕШЕНИЕ**

**Дано:**

$m = 0,2$  кг,  $\Delta x = 0,15$  м,  $L = 0,4$  м,  $F_{\text{тр}} = 0,1$  Н,  $k = 80$  Н/м,  $h = 1,2$  м,  $g = 9,81$  м/с<sup>2</sup>.

**Вопрос 1:**

Закон сохранения энергии для этапа разжатия пружины:

$$\frac{k\Delta x^2}{2} = \frac{mv_0^2}{2} + F_{\text{тр}} \cdot L$$

**Москва**  
**2025/2026 уч. г.**

**МОСКОВСКАЯ ПРЕДПРОФЕССИОНАЛЬНАЯ  
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ**  
**Заключительный этап**  
**Междисциплинарные задачи**  
**8-9 класс**

---

где  $v_0$  — скорость в начале горизонтального участка (сразу после разжатия пружины).

**Вопрос 2:**

Выразим  $v_0$  из формулы в предыдущем пункте:

$$v_0 = \sqrt{\frac{k\Delta x^2}{m} - \frac{2F_{\text{тр}}L}{m}}$$

Схематичный рисунок графика будет представлять из себя участок дуги окружности, выходящий из точки с координатой  $(\sqrt{\frac{2F_{\text{тр}}L}{k}}, 0)$ , асимптотически переходящий в прямую.

**Вопрос 3:**

Энергия пружины:

$$E_{\text{пруж}} = \frac{80 \cdot 0,15^2}{2} = \frac{80 \cdot 0,0225}{2} = \frac{1,8}{2} = 0,9 \text{ Дж}$$

Работа силы трения:

$$A_{\text{тр}} = 0,1 \cdot 0,4 = 0,04 \text{ Дж}$$

Кинетическая энергия:

$$E_{\text{кин}} = 0,9 - 0,04 = 0,86 \text{ Дж}$$

Скорость:

$$v = \sqrt{\frac{2 \cdot 0,86}{0,2}} = \sqrt{\frac{1,72}{0,2}} = \sqrt{8,6} \approx 2,93 \text{ м/с}$$

**МОСКОВСКАЯ ПРЕДПРОФЕССИОНАЛЬНАЯ  
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ**  
**Заключительный этап**  
**Междисциплинарные задачи**  
**8-9 класс**

---

**Вопрос 4:**

Время падения:

$$t_{\text{пол}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 1,2}{9,81}} = \sqrt{\frac{2,4}{9,81}} = \sqrt{0,2446} \approx 0,495 \text{ с}$$

Дальность:

$$S = 2,93 \cdot 0,495 \approx 1,45 \text{ м}$$

**Вопрос 5:**

Алгоритм (псевдокод):

**Вход:**  $m, k, L, F_{\text{mp}}, h, g, S$ :

Если  $S < 0$  или  $h \leq 0$  или  $g \leq 0$  или  $k \leq 0$  то:

вывести "Ошибка: некорректные параметры"

возврат

$t_{\text{flight}} = \text{sqrt}(2 * h / g)$

$v_{\text{required}} = S_{\text{заданная}} / t_{\text{flight}}$

$E_{\text{kin\_required}} = 0.5 * m * v_{\text{required}}^2$

$A_{\text{tr}} = F_{\text{mp}} * L$

$E_{\text{spring\_total}} = A_{\text{tr}} + E_{\text{kin\_required}}$

Если  $E_{\text{spring\_total}} < 0$  то:

Вывести "Ошибка: невозможно достичь такой дальности (требуется отрицательная энергия)"

Возврат

$dx_{\text{required}} = \text{sqrt}(2 * E_{\text{spring\_total}} / k)$

**Вывод:**  $dx_{\text{required}}$

**МОСКОВСКАЯ ПРЕДПРОФЕССИОНАЛЬНАЯ  
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ**  
**Заключительный этап**  
**Междисциплинарные задачи**  
**8-9 класс**

---

**Матрица оценивания задача 1 (8-9 класс): Вариант А и Б**

**Общая стоимость:** 100 баллов.

**Вопрос 1 (15 баллов)**

ЗСЭ с трением.

- 5 баллов: правильно записана энергия сжатой пружины ( $k\Delta x^2/2$ ).
- 5 баллов: правильно записана работа силы трения ( $F_{\text{тр}} * L$ ) с учетом знака.
- 5 баллов: правильно записана кинетическая энергия ( $mv^2/2$ )

**Вопрос 2 (10 баллов)**

Выражение скорости и график.

- 5 баллов: верное алгебраическое выражение  $v_0 = \dots$  (корень из разности энергий).
- 5 баллов: эскиз графика (понимание, что график  $v(x)$  — дуга окружности, переходящая в прямую, или просто словесное описание зависимости).

**Вопрос 3 (25 баллов)**

Численный расчет энергии и скорости.

- 7 баллов: верный численный расчет энергии пружины.
- 6 баллов: верный численный расчет работы трения.
- 6 баллов: верный численный расчет кинетической энергии (разность).
- 6 баллов: верный численный расчет скорости ( $v = \sqrt{2E / m}$ ). Если этот пункт выполнен, баллы за предыдущие пункты этого вопроса ставятся полностью.

**МОСКОВСКАЯ ПРЕДПРОФЕССИОНАЛЬНАЯ  
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ**  
**Заключительный этап**  
**Междисциплинарные задачи**  
**8-9 класс**

---

**Вопрос 4 (25 баллов)**

Баллистика.

- 10 баллов: верная формула времени падения ( $t = \sqrt{2h / g}$ ) и расчет.
- 10 баллов: верная формула дальности ( $S = v * t$ ) и расчет.
- 5 баллов: итоговый ответ (в метрах, с округлением до 0,1 или как в эталоне).

**Вопрос 5 (25 баллов)**

Псевдокод (обратная задача).

- 5 баллов: ввод/объявление переменных.
- 5 баллов: проверка входных данных на корректность (if  $S < 0$  or  $h \leq \dots$ ).
- 5 баллов: расчет требуемой скорости ( $v_{\text{required}}$ ) и энергии.
- 5 баллов: расчет полной энергии пружины с учетом трения.
- 5 баллов: расчет деформации ( $dx = \sqrt{2E / k}$ ) и вывод.

**МОСКОВСКАЯ ПРЕДПРОФЕССИОНАЛЬНАЯ  
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ**  
**Заключительный этап**  
**Междисциплинарные задачи**  
**8-9 класс**

---

**Задача 2. Вариант 1**

Промышленные роботы активно используются в пищевой, фармацевтической и упаковочной промышленности. Рассмотрим линию упаковки, на которой работает промышленный робот-манипулятор, захватывающий коробки, движущиеся на конвейере. Система отслеживает положение коробки по импульсам инкрементального энкодера, установленного на приводном валу конвейера.

*Инкрементальный энкодер — датчик, выдающий импульсы (сигналы), пропорциональные угловому смещению вала. Широко используется для измерения положения и скорости в робототехнике.*

Инженер, обслуживающий данного промышленного робота, столкнулся с ошибкой, в результате которой конвейер перестал функционировать. В документации к системе была представлена следующая информация:

- **Калибровочная константа энкодера:**  $K = 2000$  импульсов на 1 м пути конвейера
- **Интервал опроса:**  $\Delta t = 0,10$  с
- **Требуемое смещение до захвата:**  $s_{pick} = 0,30$  м
- Контроллер считывает число импульсов  $\Delta N_i$  за каждый интервал
- Оптический датчик в точке  $x=0$  сигнализирует о подходе коробки
- Задержками пренебречь

**Задание 1.**

Программа технического обслуживания робота выдала в качестве обратной связи таблицу логов контроллера. На основании таблицы постройте график скорости  $v(t)$  конвейера для интервалов  $i = 3 \dots 16$ .

**Задание 2.**

Используя таблицу логов контроллера, а при необходимости – построенный ранее график  $v(t)$ :

- а) Вычислите путь  $s_i$ , пройденный коробкой к концу каждого интервала наблюдения, и итоговый путь за всё время наблюдения.
- б) Определите первый интервал, в котором выполняется условие  $s_i \geq s_{pick}$ , и соответствующий момент времени  $t_{pick}$
- в) Чему равна скорость конвейера в момент выдачи команды PICK?

**Задание 3.**

В процессе диагностики робота было обнаружено, что программа захвата не работает из-за имеющейся ошибки. Найдите и исправьте ошибки в псевдокоде. Запишите исправленные строки/фрагменты в качестве ответа на задание.

**Задание 4.**

**МОСКОВСКАЯ ПРЕДПРОФЕССИОНАЛЬНАЯ  
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ**  
**Заключительный этап**  
**Междисциплинарные задачи**  
**8-9 класс**

---

После исправления кода выполните ручную трассировку (расчет значений по формулам из кода) алгоритма по данным таблицы логов. Для каждого интервала последовательно определяйте:

- число импульсов  $\Delta N_i$
- приращение пути за интервал
- накопленный путь  $s_i$
- решение алгоритма: выдается команда RISK или нет.

Заполните таблицу промежуточных значений  $s_i$  в метрах с точностью до 0.001 м и укажите интервал, на котором команда RISK должна быть выдана впервые.

**Задание 5.**

При каких значениях  $\Delta N_i$  коробка проходит большее расстояние за один интервал? Обоснуйте ответ одной формулой.

**МОСКОВСКАЯ ПРЕДПРОФЕССИОНАЛЬНАЯ  
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ**  
Заключительный этап  
Междисциплинарные задачи  
8-9 класс

---

**Приложение 1**

Таблица логов контроллера

В колонке **trigger** указано: 1 — датчик сработал, 0 — нет.

Интервал л	$t_i$ (с)	$\Delta N_i$ (импульсов)	trigger
1	0.00	36	0
2	0.10	40	0
3	0.20	44	1
4	0.30	46	0
5	0.40	48	0
6	0.50	50	0
7	0.60	50	0
8	0.70	48	0
9	0.80	46	0
10	0.90	44	0
11	1.00	42	0
12	1.10	40	0
13	1.20	40	0
14	1.30	40	0
15	1.40	46	0
16	1.50	40	0

**Псевдокод контроллера:**

```
ticks_per_meter = 2000
dt = 0.10
x_pick = 0.30
x = 0 — смещение коробки после датчика
tracking = false

begin Tracker
if trigger == 1:
    tracking = true
    x = 0

if tracking == true:
    dx = dN / ticks_per_meter * 1000
    x = x + dx
    if x >= x_pick:
        print("PICK на интервале", i)
        tracking = false
end
```

**МОСКОВСКАЯ ПРЕДПРОФЕССИОНАЛЬНАЯ  
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ**  
**Заключительный этап**  
**Междисциплинарные задачи**  
**8-9 класс**

---

**Задача 2. Вариант 2**

Промышленные роботы активно используются в пищевой, фармацевтической и упаковочной промышленности. Рассмотрим линию упаковки, на которой работает промышленный робот-манипулятор, захватывающий коробки, движущиеся на конвейере. Система отслеживает положение коробки по импульсам инкрементального энкодера, установленного на приводном валу конвейера.

*Инкрементальный энкодер — датчик, выдающий импульсы (сигналы), пропорциональные угловому смещению вала. Широко используется для измерения положения и скорости в робототехнике.*

Инженер, обслуживающий данного промышленного робота, столкнулся с ошибкой, в результате которой конвейер перестал функционировать. В документации к системе была представлена следующая информация:

- **Калибровочная константа энкодера:**  $K = 2000$  импульсов на 1 м пути конвейера
- **Интервал опроса:**  $\Delta t = 0,10$  с
- **Требуемое смещение до захвата:**  $s_{pick} = 0,245$  м
- Контроллер считывает число импульсов  $\Delta N_i$  за каждый интервал
- Оптический датчик в точке  $x=0$  сигнализирует о подходе коробки
- Задержками пренебречь

**Задание 1.**

Программа технического обслуживания робота выдала в качестве обратной связи таблицу логов контроллера. На основании таблицы постройте график скорости  $v(t)$  конвейера для интервалов  $i = 3 \dots 16$ .

**Задание 2.**

Используя таблицу логов контроллера, а при необходимости – построенный ранее график  $v(t)$ :

- а) Вычислите путь  $s_i$ , пройденный коробкой к концу каждого интервала наблюдения, и итоговый путь за всё время наблюдения.
- б) Определите первый интервал, в котором выполняется условие  $s_i \geq s_{pick}$ , и соответствующий момент времени  $t_{pick}$
- в) Чему равна скорость конвейера в момент выдачи команды PICK?

**Задание 3.**

В процессе диагностики робота было обнаружено, что программа захвата не работает из-за имеющейся ошибки. Найдите и исправьте ошибки в псевдокоде. Запишите исправленные строки/фрагменты в качестве ответа на задание.

**Задание 4.**

**МОСКОВСКАЯ ПРЕДПРОФЕССИОНАЛЬНАЯ  
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ**  
**Заключительный этап**  
**Междисциплинарные задачи**  
**8-9 класс**

---

После исправления кода выполните ручную трассировку (расчет значений по формулам из кода) алгоритма по данным таблицы логов. Для каждого интервала последовательно определяйте:

- число импульсов  $\Delta N_i$
- приращение пути за интервал
- накопленный путь  $s_i$
- решение алгоритма: выдается команда RISK или нет.

Заполните таблицу промежуточных значений  $s_i$  в метрах с точностью до 0.001 м и укажите интервал, на котором команда RISK должна быть выдана впервые.

**Задание 5.**

При каких значениях  $\Delta N_i$  коробка проходит большее расстояние за один интервал? Обоснуйте ответ одной формулой.

**МОСКОВСКАЯ ПРЕДПРОФЕССИОНАЛЬНАЯ  
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ**  
**Заключительный этап**  
**Междисциплинарные задачи**  
**8-9 класс**

---

Приложение 1

Таблица логов контроллера

В колонке **trigger** указано: 1 — датчик сработал, 0 — нет.

Интервал л	$t_i$ (с)	$\Delta N_i$ (импульсов)	trigger
1	0.00	32	0
2	0.10	36	0
3	0.20	38	0
4	0.30	42	1
5	0.40	46	0
6	0.50	50	0
7	0.60	52	0
8	0.70	52	0
9	0.80	50	0
10	0.90	48	0
11	1.00	46	0
12	1.10	44	0
13	1.20	42	0
14	1.30	40	0
15	1.40	38	0
16	1.50	32	0

**Псевдокод контроллера:**

```
ticks_per_meter = 2000
dt = 0.10
x_pick = 0.30
x = 0 — смещение коробки после датчика
tracking = false

begin Tracker
if trigger == 1:
    tracking = true
    x = 0

if tracking == true:
    dx = dN * ticks_per_meter
    x = dx
    if x >= x_pick:
        print("PICK на интервале", i)
        tracking = false
end
```

**МОСКОВСКАЯ ПРЕДПРОФЕССИОНАЛЬНАЯ  
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ**  
Заключительный этап  
Междисциплинарные задачи  
8-9 класс

---

**РЕШЕНИЕ ВАРИАНТ 1**

**Задание 1**

**Формула скорости на интервале:**  $v_i = \frac{\Delta N_i}{K \cdot \Delta t} = \frac{\Delta N_i}{2000 \cdot 0,10} = \frac{\Delta N_i}{200}$  (м/с)

**Таблица вычисленных скоростей:**

<b>i</b>	<b><math>\Delta N_i</math></b>	<b><math>v_i</math> (м/с)</b>	<b><math>t_i</math>, с</b>
3	44	0,22	0,20
4	46	0,23	0,30
5	48	0,24	0,40
6	50	0,25	0,50
7	50	0,25	0,60
8	48	0,24	0,70
9	46	0,23	0,80
10	44	0,22	0,90
11	42	0,21	1,00
12	40	0,20	1,10
13	40	0,20	1,20
14	40	0,20	1,30
15	46	0,23	1,40
16	40	0,20	1,50

**Описание графика:** Ступенчатая кривая, которая:

- возрастает от 0.22 м/с до пика 0.25 м/с на интервалах 6–7
- убывает до 0.20 м/с к интервалу 12
- кратко возрастает до 0.23 м/с на интервале 15
- возвращается к 0.20 м/с на интервале 16

**Задание 2**

а) Путь может быть вычислен как площадь под графиком:  $s_i = \sum_{j=3}^i v_j \cdot \Delta t = \sum_{j=3}^i \frac{\Delta N_j}{K}$

Путь за интервал может быть вычислен как  $s_i = \frac{\Delta N_i}{2000}$  м. По результатам вычислений пути получится таблица значений:

**МОСКОВСКАЯ ПРЕДПРОФЕССИОНАЛЬНАЯ  
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ**  
**Заключительный этап**  
**Междисциплинарные задачи**  
**8-9 класс**

<b>i</b>	$\Delta N_i$	$\Delta s_i$	$s_i$ , м от запуска трекинга
3	44	0,022	0,022
4	46	0,023	0,045
5	48	0,024	0,069
6	50	0,025	0,094
7	50	0,025	0,119
8	48	0,024	0,143
9	46	0,023	0,166
10	44	0,022	0,188
11	42	0,021	0,209
12	40	0,020	0,229
13	40	0,020	0,249
14	40	0,020	0,269
15	46	0,023	0,292
16	40	0,020	0,312



**МОСКОВСКАЯ ПРЕДПРОФЕССИОНАЛЬНАЯ  
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ**  
**Заключительный этап**  
**Междисциплинарные задачи**  
**8-9 класс**

---

Общий путь: от 0 до 0.312 м (площадь всех прямоугольников на графике  $v(t)$  или расчет через суммирование значений таблицы). Команда PICK выдаётся в интервале 16 при  $t_{PICK}=1.50$  с, так как  $s_i \geq s_{PICK}$  впервые достигается после интервала 16. Скорость в интервале 16:  $v_{16}=40/200=0.20$  м/с

### Задание 3

#### Ошибка 1 — единицы измерения:

Неверная строка:

$$dx = dN / ticks\_per\_meter * 1000$$

Умножение на 1000 переводит метры в миллиметры, но  $s\_pick$  задан в метрах. Происходит несоответствие единиц.

#### Исправленный код:

$$dx = dN / ticks\_per\_meter$$

#### Ошибка 2 - переменная:

Неверная строка:

$$dx = dN / ticks\_per\_meter * 1000$$

**Проблема:** переменная  $dN$  не определена явно; не ясно, это текущее число импульсов из таблицы или суммарный счётчик.

#### Исправление:

$$dx = dN\_interval / ticks\_per\_meter$$

где  $dN\_interval$  — значение  $\Delta N_i$  из таблицы для текущего интервала.

#### Исправленный алгоритм:

```
if trigger == 1:
    tracking = true
    x = 0

if tracking == true:
    dN_interval = (текущее значение из таблицы)
    dx = dN_interval / ticks_per_meter
    x = x + dx
    if x >= x_pick:
        print("PICK на интервале", i)
        tracking = false
```

**МОСКОВСКАЯ ПРЕДПРОФЕССИОНАЛЬНАЯ  
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ**  
**Заключительный этап**  
**Междисциплинарные задачи**  
**8-9 класс**

**Задание 4**

Трассируем с учётом исправленного кода; считаем, что Tracker вызывается на каждом интервале с текущими  $\Delta N_i$  и trigger.

Интервал	trigger	$\Delta N_i$	$dx=\Delta N_i/2000$ , м	x после обновления, м	Решение
3	1	44	0,022	0,022	нет
4	0	46	0,023	0,045	нет
5	0	48	0,024	0,069	нет
6	0	50	0,025	0,094	нет
7	0	50	0,025	0,119	нет
8	0	48	0,024	0,143	нет
9	0	46	0,023	0,166	нет
10	0	44	0,022	0,188	нет
11	0	42	0,021	0,209	нет
12	0	40	0,020	0,229	нет
13	0	40	0,020	0,249	нет
14	0	40	0,020	0,269	нет
15	0	46	0,023	0,292	нет
16	0	40	0,020	0,312	PICK

Ручная трассировка корректного кода выдает тот же результат, что и ожидаемый расчет и совпадает с ответом из задания 2

**Задание 5**

Коробка проходит большее расстояние при **больших** значениях  $\Delta N_i$ . Из формулы расчета  $\Delta N_i$  видно, что расстояние  $\Delta s_i$  прямо пропорционально количеству импульсов  $\Delta N_i$ . При больших импульсах энкодера коробка движется быстрее и за один интервал  $\Delta t$  проходит большее расстояние.

**МОСКОВСКАЯ ПРЕДПРОФЕССИОНАЛЬНАЯ  
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ**  
Заключительный этап  
Междисциплинарные задачи  
8-9 класс

**РЕШЕНИЕ ВАРИАНТ 2**

**Задание 1**

Формула скорости на интервале:  $v_i = \frac{\Delta N_i}{K \cdot \Delta t} = \frac{\Delta N_i}{2000 \cdot 0,10} = \frac{\Delta N_i}{200}$  (м/с)

Триггер срабатывает первый раз на интервале 4. Таблица вычисленных скоростей:

Интервал $i$	$\Delta N_i$	$v_i$ , м/с
4	42	0,21
5	46	0,23
6	50	0,25
7	52	0,26
8	52	0,26
9	50	0,25
10	48	0,24
11	46	0,23
12	44	0,22
13	42	0,21
14	40	0,20
15	38	0,19
16	32	0,16

**Задание 2**

а) Путь может быть вычислен как площадь под графиком:  $s_i = \sum_{j=3}^i v_j \cdot \Delta t = \sum_{j=3}^i \frac{\Delta N_j}{K}$

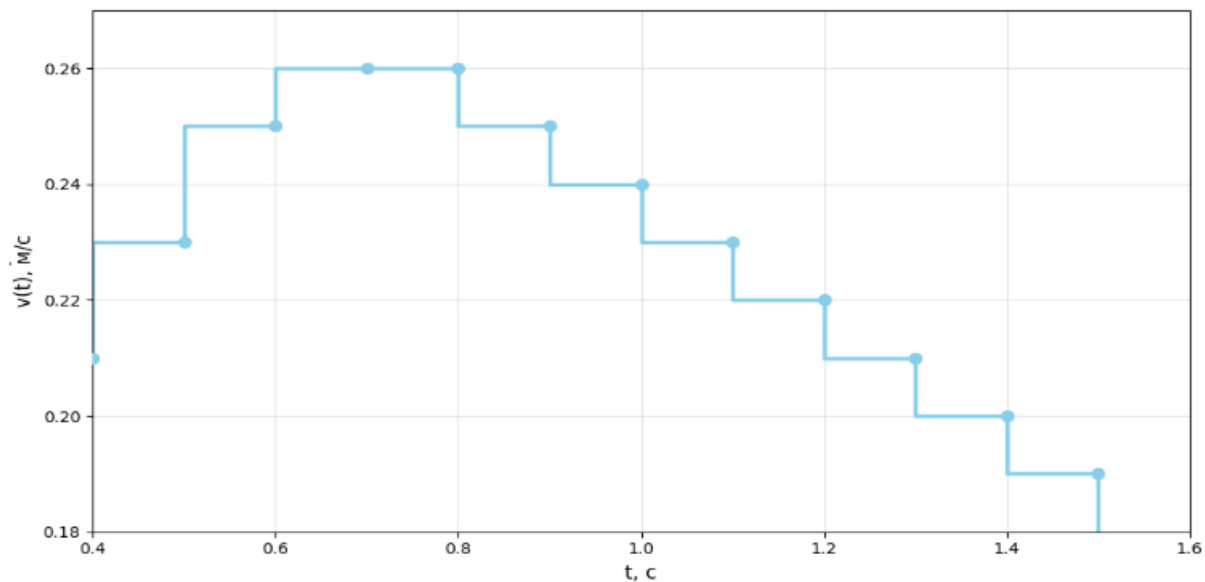
Путь за интервал может быть вычислен как  $s_i = \frac{\Delta N_i}{2000}$  м. По результатам вычислений пути получится таблица значений:

$i$	$\Delta N_i$	$\Delta s_i$	$s_i$ , м от запуска трекинга
4	42	0,021	0,021

**МОСКОВСКАЯ ПРЕДПРОФЕССИОНАЛЬНАЯ  
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ**  
**Заключительный этап**  
**Междисциплинарные задачи**  
**8-9 класс**

$i$	$\Delta N_i$	$\Delta s_i$	$s_i$ , м от запуска трекинга
5	46	0,023	0,044
6	50	0,025	0,069
7	52	0,026	0,095
8	52	0,026	0,121
9	50	0,025	0,146
10	48	0,024	0,170
11	46	0,023	0,193
12	44	0,022	0,215
13	42	0,021	0,236
14	40	0,020	0,256
15	38	0,019	0,275
16	32	0,016	0,291

Скорость контейнера  $v(t)$ , 8-9 класс, Вариант 2



Общий путь: от 0 до 0.291 м (площадь всех прямоугольников на графике  $v(t)$  или расчет через суммирование значений таблицы). Команда RICK выдаётся в **интервале 14** при  $t_{RICK}=1.30$  с, так как  $s_i \geq s_{RICK}$  впервые достигается после интервала 14. Скорость в интервале 16:  $v_{14}=40/200=0.20$  м/с

**Задание 3**

**МОСКОВСКАЯ ПРЕДПРОФЕССИОНАЛЬНАЯ  
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ  
Заключительный этап  
Междисциплинарные задачи  
8-9 класс**

---

**Ошибка 1 — формула:**

Формула приращения пути: должно быть деление, а не умножение

**Исправленный код:**

```
dx = dN / ticks_per_meter
```

**Ошибка 2 - переменная:**

Величина x должна накапливаться, а не заменяться. Неверная строка:

```
x = dx
```

**Исправление:**

```
x = x+dx
```

**Ошибка 3 – значение**

Величина x должна быть равна 0,245

**Исправленный код:**

```
ticks_per_meter = 2000
```

```
dt = 0.10
```

```
x_pick = 0.245
```

```
x = 0
```

```
tracking = false
```

```
begin Tracker
```

```
if trigger == 1:
```

```
    tracking = true
```

```
    x = 0
```

```
if tracking == true:
```

```
    dx = dN / ticks_per_meter
```

```
    x = x + dx
```

```
if x >= x_pick:
```

**МОСКОВСКАЯ ПРЕДПРОФЕССИОНАЛЬНАЯ  
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ**  
**Заключительный этап**  
**Междисциплинарные задачи**  
**8-9 класс**

```
print("PICK на интервале", i)
```

```
tracking = false
```

```
end
```

#### Задание 4

Трассируем с учётом исправленного кода; считаем, что Tracker вызывается на каждом интервале с текущими  $\Delta N_i$  и trigger.

Интервал	trigger	$\Delta N_i$	$dx=\Delta N_i/2000$ , м	х после обновления, м	Решение
4	1	42	0,021	0,021	нет
5	0	46	0,023	0,044	нет
6	0	50	0,025	0,069	нет
7	0	52	0,026	0,095	нет
8	0	52	0,026	0,121	нет
9	0	50	0,025	0,146	нет
10	0	48	0,024	0,170	нет
11	0	46	0,023	0,193	нет
12	0	44	0,022	0,215	нет
13	0	42	0,021	0,236	нет
14	0	40	0,020	0,256	PICK
15	0	38	0,019	— (tracking=false)	—
16	0	32	0,016	—	—

Ручная трассировка корректного кода выдает тот же результат, что и ожидаемый расчет и совпадает с ответом из задания 2

#### Задание 5

Коробка проходит большее расстояние при **больших** значениях  $\Delta N_i$ . Из формулы расчета  $\Delta N_i$  видно, что расстояние  $\Delta s_i$  прямо пропорционально количеству импульсов  $\Delta N_i$ . При больших импульсах энкодера коробка движется быстрее и за один интервал  $\Delta t$  проходит большее расстояние.

**МОСКОВСКАЯ ПРЕДПРОФЕССИОНАЛЬНАЯ  
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ**  
**Заключительный этап**  
**Междисциплинарные задачи**  
**8-9 класс**

**Матрица оценивания Задачи 2 Вариант 1-2**

<b>№</b>	<b>Критерий</b>	<b>Балл</b>
1	1.1 Получена формула скорости на интервале	5
2	1.2 Правильно заполнена таблица	5
3	1.3 Правильно построен график: кривая или ступенчатый график (гистограмма)	5
4	1.4 Корректное оформление графика (подписаны оси, размерности, обозначения, точки)	5
5	2А1. Получена формула пути за интервал	5
6	2А2 Заполнена таблица	5
7	2Б1 Найден пиковый интервал	3
8	2Б2. Найдено пиковое время	2
9	2В Определена скорость конвейера	5
10	3.1 Найдены ошибки с обоснованием	2 за каждую (максимум 6 баллов, 3 ошибки)
11	3.2 Исправлены ошибки	3 за каждую (максимум 9 баллов, 3 ошибки)
12	4.1 Заполнен столбец $dx$	10
13	4.2 Заполнен столбец $x$	10
14	4.3 Заполнен столбец результата работы алгоритма	5
15	5.1 Приведена формула для пути на интервале	10
16	5.2 Анализ формулы и вывод	10

**МОСКОВСКАЯ ПРЕДПРОФЕССИОНАЛЬНАЯ  
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ**  
**Заключительный этап**  
**Междисциплинарные задачи**  
**8-9 класс**

---

**Задача 3. Вариант 1**

Дан массив натуральных чисел  $data[1\dots n]$ . Опишите алгоритм, который найдет максимально возможное число, делящееся на 3, которое можно получить путём сложения чисел входящих в массив. Сложность алгоритма по времени выполнения должна быть линейной. Алгоритм должен быть эффективен по потребляемой памяти.

Замечание: Линейная сложность по времени означает, что при увеличении размера массива  $data$  в  $n$  раз, время выполнения алгоритма так же увеличится примерно в  $n$  раз. Эффективность по памяти означает, что при увеличении массива  $data$  в  $n$  раз, потребляемая память не изменится.

**Решение:**

Рассмотрим сумму  $S$  всех чисел, входящих в массив. Возможны три исхода:

- 1) При делении  $S$  на 3 получается остаток 0.

В этом случае полученная сумма  $S$  и есть ответ.

- 2) При делении  $S$  на 3 получается остаток 1.

В этом случае возникает два подварианта:

А) нужно вычесть из суммы  $S$  минимальный элемент массива, дающий при делении на 3 остаток 1.

Б) Нужно вычесть из суммы  $S$  два минимальных элемента массива, дающих при делении на 3 остаток 2.

В зависимости от того, какая из опции меньше, получаем ответ.

- 3) При делении  $S$  на 3 получается остаток 2.

В этом случае так же возникает два подварианта:

А) Нужно вычесть из суммы  $S$  минимальный элемент массива, дающий при делении на 3 остаток 2

Б) Нужно вычесть из суммы  $S$  два минимальных элемента массива, дающих при делении на 3 остаток 1.

В зависимости от того, какая из опций меньше, получаем ответ.

Таким образом, при проходе по массиву, необходимо набирать сумму  $S$  всех элементов и проверять четыре элемента:

$min1a$  – наименьшее число массива при делении на 3 дающее остаток 1

$min1b$  – второе с конца по величине число массива при делении на 3 дающее остаток 1

$min2a$  – наименьшее число массива при делении на 3 дающее остаток 2

$min2b$  – второе с конца по величине число массива при делении на 3 дающее остаток 2

**МОСКОВСКАЯ ПРЕДПРОФЕССИОНАЛЬНАЯ  
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ**  
**Заключительный этап**  
**Междисциплинарные задачи**  
**8-9 класс**

---

Отдельно возможен случай, что задача невыполнима, например массив состоит из единственного числа, которое не делится нацело на 3. Такой случай возникает, если невозможны описанные выше случаи, т.е. не все параметры были найдены.

**МОСКОВСКАЯ ПРЕДПРОФЕССИОНАЛЬНАЯ  
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ**  
**Заключительный этап**  
**Междисциплинарные задачи**  
**8-9 класс**

---

**Вариант 2**

Дан массив натуральных чисел  $data[1\dots n]$ . Опишите алгоритм, который найдет максимально возможное число, делящееся на 4, которое можно получить путём сложения чисел входящих в массив. Сложность алгоритма по времени выполнения должна быть линейной. Алгоритм должен быть эффективен по потребляемой памяти.

Замечание: Линейная сложность по времени означает, что при увеличении размера массива  $data$  в  $n$  раз, время выполнения алгоритма так же увеличится примерно в  $n$  раз. Эффективность по памяти означает, что при увеличении массива  $data$  в  $n$  раз, потребляемая память не изменится.

**Решение:**

Рассмотрим сумму  $S$  всех чисел, входящих в массив. Возможны четыре исхода:

- 1) При делении  $S$  на 4 получается остаток 0.

В этом случае полученная сумма  $S$  и есть ответ.

- 2) При делении  $S$  на 4 получается остаток 1.

В этом случае возникает три подварианта:

А) нужно вычесть из суммы  $S$  минимальный элемент массива, дающий при делении на 4 остаток 1.

Б) Нужно вычесть из суммы  $S$  два минимальных элемента массива, дающих при делении на 4 остатки 2 и 3.

В) Нужно вычесть из суммы  $S$  три минимальных элемента массива, дающих при делении на 4 остаток 3

В зависимости от того, какая из опции меньше, получаем ответ.

- 3) При делении  $S$  на 4 получается остаток 2.

В этом случае так же возникает три подварианта:

А) Нужно вычесть из суммы  $S$  минимальный элемент массива, дающий при делении на 4 остаток 2

Б) Нужно вычесть из суммы  $S$  два минимальных элемента массива, дающих при делении на 4 остаток 1.

В) Нужно вычесть из суммы  $S$  два минимальных элемента массива, дающих при делении на 4 остаток 3.

В зависимости от того, какая из опций меньше, получаем ответ.

- 4) При делении  $S$  на 4 остаток равен 3. Возможные подварианты:

А) Вычесть из  $S$  минимальное число массива, которое даёт остаток 3

Б) Вычесть из  $S$  два минимальных числа, одно из которых даёт остаток 1, а другое 2

В) Вычесть из  $S$  три минимальных числа, которые дают остатки 1.

**МОСКОВСКАЯ ПРЕДПРОФЕССИОНАЛЬНАЯ  
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ**  
**Заключительный этап**  
**Междисциплинарные задачи**  
**8-9 класс**

---

Отдельно возможен случай, что задача невыполнима, например массив состоит из единственного числа, которое не делится нацело на 4. Такой случай возникает, если невозможны описанные выше случаи, т.е. не все параметры были найдены.

**МОСКОВСКАЯ ПРЕДПРОФЕССИОНАЛЬНАЯ  
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ**

**Заключительный этап**

**Междисциплинарные задачи**

**8-9 класс**

---

<b>Матрица оценивания Задача 3 Вариант 1-2</b>	<b>Балл</b>	<b>Комментарий</b>
В алгоритме используется одновременно сортировка исходного массива И вводится дополнительный массив для хранения данных (за исключением случая, когда вводится массив для хранения ограниченного числа переменных для подсчёта указанных в эталонном решении значений)	10	Дальше не проверяем, 5 баллов если не решена, по пытался решить с помощью сортировки и доп массива
В алгоритме используется ЛИБО сортировка исходного массива ЛИБО вводится дополнительный массив для хранения данных (за исключением случая, когда вводится массив для хранения ограниченного числа переменных для подсчёта указанных в эталонном решении значений)	20	Дальше не проверяем, 10 баллов если не решена, по пытался решить с помощью сортировки ИЛИ доп массива  Использование сортировки приводит к нарушению условия сложности алгоритма по времени. Никакая сортировка не обладает линейной сложностью. Если используется дополнительный массив для подсчёта указанных четырёх значений в эталонном решении — такое допустимо. Однако использование дополнительного массива для сбора промежуточных параметров нарушает требования алгоритма по используемой памяти.
Требования по памяти и сложности алгоритма удовлетворены. Рассмотрены основные исходы с делимостью без учета подвариантов, но рассмотрены все основные исходы (1,2,3 в эталонном решении)	40	В решении явно прослеживается, что нужно рассматривать остатки от делимости набранной суммы (три варианта с остатками 0, 1, 2). Возможно, что в каждом из исходов неверно определяются действия по вычету, однако все три варианта указаны. За каждый отсутствующий подвариант — минус 5 баллов.
Требования по памяти и сложности алгоритма удовлетворены. Рассмотрены ВСЕ основные исходы с делимостью, и рассмотрены все возможные подварианты.	80	Все три основные ветки рассмотрены, и описываются случаи эталонного решения: 2а, 2б, 3а, 3б. За каждый отсутствующий подвариант — минус 10 баллов.
Требования по памяти и сложности алгоритма выполнены. Рассмотрены все основные исходы с делимостью, и все возможные подварианты. Указан невозможны случай, но без конкретного примера.	90	
Задача полностью решена	100	