

**МОСКОВСКАЯ ПРЕДПРОФЕССИОНАЛЬНАЯ
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
ИНФОРМАТИКА. ОТБОРОЧНЫЙ ТУР
8-9 КЛАСС**

Часть 1 Вариант 1

Задача 1. Большое и маленькое

Найдите наибольшее и наименьшее числа, имеющие 4 разряда, в шестнадцатеричной системе счисления, которые оканчиваются на 101 в двоичной системе счисления. В ответ запишите сумму полученных чисел в десятичной системе счисления.

Ответ

69634

Решение

Рассмотрим перевод старших чисел 16-ой системы в двоичную.

F – 1111, E – 1110, D – 1101.

Число D оканчивается на нужное 101. Старшие разряды искомого числа заполним максимально возможными разрядами F. Значит максимальное число FFFD. В десятичной это 65533.

Теперь найдем минимальное. 101 в двоичной – это 5 в 16-ой системе. Поскольку число не может начинаться с нуля, старшие разряды заполним единицей и нулями. Значит минимальное число 1005. Переведя его в десятичную систему, получим 4101.

Наконец, найдем ответ. $65533 + 4101 = 69634$.

Задача 2. Слова

Сколькими способами можно составить из 5 согласных и 6 гласных пятибуквенные слова, в которые входят 3 различных согласных и 2 различные гласные?

Ответ

18000

Решение

$$C_5^3 \cdot C_6^2 \cdot 5! = 18000$$

Задача 3. Чемпион

В группу, уже состоящую из 15 человек, по подготовке к олимпиадному программированию пришёл новый ученик. Ему известно, что в этой группе

**МОСКОВСКАЯ ПРЕДПРОФЕССИОНАЛЬНАЯ
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
ИНФОРМАТИКА. ОТБОРОЧНЫЙ ТУР
8-9 КЛАСС**

учится Чемпион прошлого года, который внимательно следит за рейтингом других участников. То есть Чемпион знает всех остальных учеников. Но остальные ученики в группе средние и не знают, что среди них учится Чемпион прошлого года. Новый ученик пытается выяснить кто является Чемпионом. Он может обратиться к любому ученику с вопросом: «Знаете ли вы рейтинг такого-то участника?» (ученик либо знает рейтинг другого ученика, либо не знает). Найдите наименьшее количество вопросов, достаточное для того, чтобы новый ученик смог найти Чемпиона. Все отвечают на вопросы правдиво и одному и тому же ученику можно задать несколько вопросов про разных людей.

Ответ

14

Решение

Будем действовать по следующему алгоритму. Выберем случайного ученика за кандидата в Чемпионы, и будет последовательно задавать каждому ученику вопрос про кандидата. Если ответ будет утвердительный, то кандидатом становится тот, кому задавался вопрос. Если отрицательный, то ничего не меняется. В худшем случае за 14 вопросов мы пройдем всех учеников и у нас будет некий итоговый кандидат.

Часть 1 Вариант 2

Задача 1. Большое и маленькое

Найдите наибольшее и наименьшее числа, имеющие 4 разряда, в шестнадцатеричной системе счисления, которые оканчиваются на 110 в двоичной системе счисления. В ответ запишите сумму полученных чисел в десятичной системе счисления.

Ответ

69636

Решение

Рассмотрим перевод старших чисел 16-ой системы в двоичную.

F – 1111, E – 1110, D – 1101.

**МОСКОВСКАЯ ПРЕДПРОФЕССИОНАЛЬНАЯ
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
ИНФОРМАТИКА. ОТБОРОЧНЫЙ ТУР
8-9 КЛАСС**

Число E оканчивается на нужное 110. Старшие разряды искомого числа заполним максимально возможными разрядами F. Значит максимальное число FFFE. В десятичной это 65534.

Теперь найдем минимальное. 110 в двоичной – это 6 в 16-ой системе. Поскольку число не может начинаться с нуля, старшие разряды заполним единицей и нулями. Значит минимальное число 1006. Переведем его в десятичную систему, получим 4102.

Наконец, найдем ответ. $65534 + 4102 = 69636$.

Задача 2 .Числа

Сколькими способами можно составить из 5 согласных и 6 гласных шестибуквенные слова, в которые входят 3 различных согласных и 3 различные гласные?

Ответ

144000

Решение:

$$C_5^3 \cdot C_6^3 \cdot 6! = 144000$$

Задача 3. Чемпион

В группу, уже состоящую из 14 человек, по подготовке к олимпиадному программированию пришёл новый ученик. Ему известно, что в этой группе учится Чемпион прошлого года, который внимательно следит за рейтингом других участников. То есть Чемпион знает всех остальных учеников. Но остальные ученики в группе средние и не знают, что среди них учится Чемпион прошлого года. Новый ученик пытается выяснить кто является Чемпионом. Он может обратиться к любому ученику с вопросом: «Знаете ли вы рейтинг такого-то участника?» (ученик либо знает рейтинг другого ученика, либо не знает). Найдите наименьшее количество вопросов, достаточное для того, чтобы новый ученик смог найти Чемпиона. Все отвечают на вопросы правдиво и одному и тому же ученику можно задать несколько вопросов про разных людей.

Ответ

13

**МОСКОВСКАЯ ПРЕДПРОФЕССИОНАЛЬНАЯ
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
ИНФОРМАТИКА. ОТБОРОЧНЫЙ ТУР
8-9 КЛАСС**

Решение

Будем действовать по следующему алгоритму. Выберем случайного ученика за кандидата в Чемпионы, и будет последовательно задавать каждому ученику вопрос про кандидата. Если ответ будет утвердительный, то кандидатом становится тот, кому задавался вопрос. Если отрицательный, то ничего не меняется. В худшем случае за 13 вопросов мы пройдем всех учеников и у нас будет некий итоговый кандидат.

**МОСКОВСКАЯ ПРЕДПРОФЕССИОНАЛЬНАЯ
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
ИНФОРМАТИКА. ОТБОРОЧНЫЙ ТУР
8-9 КЛАСС**

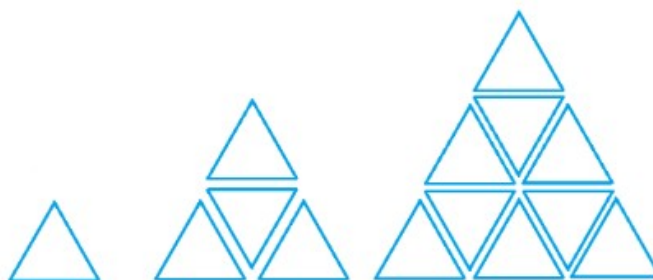
Часть 2

Задача 1. Башня из треугольников

Иван обожает строить башни из фигур. На этот раз в его распоряжении оказались N одинаковых треугольников.

Иван хочет построить как можно более высокую башню, но из треугольников это сделать непросто, ведь для каждого следующего этажа башни необходимо соорудить пьедестал на предыдущем этаже.

Примеры построенных 1-, 2- и 3-этажных башен приведены на рисунке.



Формат входных данных

В первой строке содержится одно число: N ($1 \leq N \leq 10^{14}$) - кол-во треугольников.

Формат выходных данных

В ответ выведите единственное число N – максимальная этажность башни.

Замечание

Из 1 треугольника можно построить 1-этажную башню.

Из 4 или 5 треугольников можно построить башню не более чем из 2-ух этажей.

Примеры

Ввод	Вывод
1	1
4	2
5	2

**МОСКОВСКАЯ ПРЕДПРОФЕССИОНАЛЬНАЯ
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
ИНФОРМАТИКА. ОТБОРОЧНЫЙ ТУР
8-9 КЛАСС**

Пример решения

```
def solution(row):
    n = int(row)
    answer = int(n ** 0.5)
    return answer

n = input()
print(solution(n))
```

Задача 2. Умножитель X

Иван часто изобретает новые устройства, и последнее его изобретение так понравилось министру по изобретениям, что он заказал у Ивана партию из N этих устройств. Хорошо, что ранее Иван уже изобрел "Умножитель X ", который умеет за один запуск из m устройств сделать $m * X$ устройств. При этом Иван хочет, чтобы "Умножитель X " остался в тайне, поэтому вынужден подготовить ровно N устройств, чтобы не было "лишних" вопросов.

Формально, на старте у Ивана есть одно устройство, и за одну операцию он может:

1. Умножить текущее кол-во устройств на X (коэффициент умножения)
2. Уничтожить одно устройство

Формат входных данных

В первой строке содержится одно число: N ($1 \leq N \leq 10^{14}$) – кол-во запрошенных устройств.

Во второй строке содержится одно число: X ($2 \leq X \leq 100$) – коэффициент умножения "Умножителя".

Формат выходных данных

В ответ выведите число K – минимальное кол-во операций, необходимых для подготовки ровно N устройств.

Замечание

В первом примере дважды помещаем устройство в Умножитель (из 1 станет 4, потом из 4 -> 16)

Во втором примере 4 раза кладем в Умножитель и потом уничтожаем 1 устройство (1->2->4->8->16->15)

**МОСКОВСКАЯ ПРЕДПРОФЕССИОНАЛЬНАЯ
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
ИНФОРМАТИКА. ОТБОРОЧНЫЙ ТУР
8-9 КЛАСС**

Примеры

Ввод	Вывод
16 4	2
15 2	5

Пример решения

```
def solution(p1, p2):
    n = int(p1)
    x = int(p2)
    step, cnt = 0, n
    while cnt != 1:
        if cnt % x == 0:
            cnt = cnt // x
            step += 1
        else:
            cnt, step = cnt + (x - cnt % x), step + (x - cnt %
x)
    return step

n = input()
x = input()
print(solution(n, x))
```

Задача 3. «Примерное число»

С недавних пор Ивана заинтересовали "примерные" числа – так он называет числа, подставив в которые после определенных разрядов сначала один знак "+" и правее один знак "=", получится корректный математический пример. Например, число 12315 является "примерным", так как существует пример: 12+3=15.

Определить, является ли трехзначное число "примерным", для Ивана не составляет труда, но с числами больших разрядностей он просит помощи.

Формат входных данных

В первой строке содержится одно число: $N (4 \leq \text{len}(N) \leq 10^4)$

**МОСКОВСКАЯ ПРЕДПРОФЕССИОНАЛЬНАЯ
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
ИНФОРМАТИКА. ОТБОРОЧНЫЙ ТУР
8-9 КЛАСС**

Формат выходных данных

Если существуют такие n_1, n_2, n_3 , что $n_1 n_2 n_3 = N$ и $n_1 + n_2 = n_3$ – корректный математический пример, выведите в ответ n_1 (если ответов несколько, выведите наименьший).

Если таких n_1, n_2, n_3 не существует, в ответ выведите слово NO

Замечание

Во втором примере невозможно поставить один "+" и один "-" чтобы получить корректный пример

Примеры

Ввод	Вывод
12315	12
11114	NO

Пример решения

```
def solution(p1):
    num_len = len(p1)
    for num1_len in range(1, num_len // 2 + 1):
        if num1_len * 2 < (num_len - num1_len):
            num2_len = num1_len + (num_len - num1_len) // 2
            if int(p1[:num1_len]) + int(p1[num1_len:num2_len])
== int(p1[num2_len:]):
                return int(p1[:num1_len])
            elif num1_len * 2 == (num_len - num1_len):
                num2_len = 2 * num1_len
                if int(p1[:num1_len]) + int(p1[num1_len:num2_len])
== int(p1[num2_len:]):
                    return int(p1[:num1_len])
                num2_len = 2 * num1_len - 1
                if int(p1[:num1_len]) + int(p1[num1_len:num2_len])
== int(p1[num2_len:]):
                    return int(p1[:num1_len])
            else:
                num2_len = num_len - num1_len
                if num2_len > num1_len and int(p1[:num1_len]) +
int(p1[num1_len:num2_len]) == int(p1[num2_len:]):
                    return int(p1[:num1_len])
                num2_len = num_len - num1_len - 1
                if num2_len > num1_len and int(p1[:num1_len]) +
int(p1[num1_len:num2_len]) == int(p1[num2_len:]):
                    return int(p1[:num1_len])
    return 'NO'
```

**МОСКОВСКАЯ ПРЕДПРОФЕССИОНАЛЬНАЯ
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
ИНФОРМАТИКА. ОТБОРОЧНЫЙ ТУР
8-9 КЛАСС**

```
n = input()
print(solution(n))
```