LXXXIX Московская математическая олимпиада

15 марта 2026 года • 9 класс

Задача 1. Алиса записала положительные числа a, b, c, d, e (не обязательно целые), а Маруся — числа $\frac{1}{a}$, $\frac{1}{b}$, $\frac{1}{c}$, $\frac{1}{d}$, $\frac{1}{e}$. Оказалось, что сумма чисел Алисы больше суммы чисел Маруси. Могло ли произведение чисел Алисы оказаться меньше произведения чисел Маруси?

Задача 2. Дан остроугольный треугольник ABC. На его описанной окружности отмечена точка D, диаметрально противоположная вершине A. Точки X и Y на стороне BC таковы, что $BX = XD$ и $CY = YD$ (точка X лежит на отрезке BY). Докажите, что DA — биссектриса угла XDY.

Задача 3. На столе лежат 11 арбузов массами 1, 2, 3, ..., 11 кг. Алёна и Богдан раскладывают арбузы в четыре пакета; каждый пакет выдерживает 14 кг, а от большего веса рвётся. Они по очереди выбирают арбуз со стола и кладут его в любой из пакетов так, чтобы пакет не порвался. Проигрывает тот, кто не может сделать ход. Начинает Алёна. Кто может обеспечить себе победу, как бы ни играл другой?

Задача 4. В выпуклом четырёхугольнике $ABCD$ стороны AB и BC равны, K — точка пересечения диагоналей. Описанная окружность треугольника ABD повторно пересекает сторону BC в точке Y, а описанная окружность треугольника BCD повторно пересекает сторону AB в точке X. Докажите, что $\angle AKX = \angle CKY$.

Задача 5. Существует ли бесконечное множество S, состоящее из квадратов натуральных чисел, такое, что для любых двух различных x и y из S найдётся z из S (возможно, совпадающее с x или y), для которого $x + y + z$ — квадрат натурального числа?

Задача 6. В гостинице $a > 1$ этажей, на каждом этаже b одноместных номеров. На математический конгресс приехало ab математиков. Оказалось, что каждому математику на каждом этаже нравится ровно один номер. Докажите, что число способов поселить всех математиков в гостиницу так, чтобы каждому нравился его номер, чётно.

XXIII устная городская олимпиада по геометрии для 8–11 классов состоится 12 апреля.
Подробности — на странице olympiads.mccme.ru/ustn/

Задачи, решения, информация о закрытии
LXXXIX Московской математической олимпиады —
на сайте mmo.mccme.ru