МГУ, ЦПМ, МЦНМО

II Московская олимпиада школьников по вероятности и статистике 02 февраля 2025 г.

9 класс.

1. На Острове Невезения живут только зайцы и кролики. Известно, что на каждого островитянина в среднем приходится 10,56 островитян-кроликов. Какова вероятность того, что случайно выбранный житель острова окажется зайцем?

2. На острове Буяне все города связаны между собой дорогами так, что из каждого города в любой другой ведёт единственный путь, возможно, проходящий через другие города. Известно, что ровно из одного города выходит три дороги, ровно из одного – четыре дороги, ровно из одного – пять дорог и так далее: ровно из одного города выходит 20 дорог, а городов с большим числом выходящих дорог нет. Сколько на острове городов, из которых выходит одна–единственная дорога?

3. Дан числовой набор

$$6, 7, 7, 8, 8, 8, 8, 9, 9, 11, 12.$$

К числам набора разрешается добавлять положительные числа с единственным условием: сумма всех добавленных чисел равна 8. Найдите наибольшее возможное значение медианы нового набора.

4. В мешке n шариков, пронумерованных числами от 1 до n. Из мешка достают 7 случайных шариков. Их номера оказались 174, 20, 2025, 743, 4, 134 и 976. При каком n вероятность получить именно такой набор наибольшая?

5. Турнир по олимпийской системе проходит в несколько туров: все игроки разбиваются на пары, проигравший в каждой паре выбывает из турнира, победители снова разбиваются на пары. Так происходит, пока не останется единственная пара игроков; победитель в этой паре объявляется победителем турнира, а проигравший занимает второе место. Провести олимпийский турнир можно, если число игроков является степенью числа 2.

Однажды 96 теннисистов случайным образом разбились на две группы – малую, в которой 32 игрока, и большую, в которой 64 игрока. Известно, что среди этих 96 теннисистов нет двоих, играющих одинаково хорошо, и что в любой встрече побеждает тот, кто играет лучше.

В малой группе был проведён Малый олимпийский турнир по теннису из пяти туров. В большой группе был проведён Большой олимпийский турнир из шести туров. Какова вероятность того, что при встрече победитель Малого турнира проиграет:

а) победителю Большого турнира;

б) тому, кто занял второе место в Большом турнире?

6. В трёх случайных ячейках таблицы 3×3 спрятаны призы, а в оставшихся шести ячейках призов нет. Ячейки закрыты от любопытных взглядов картонками. За одну попытку игрок по очереди убирает две картонки. Если под обеими картонками призы, то игрок побеждает и забирает оба приза. Если это не так, открытые ячейки снова закрывают картонками, а игроку даётся следующая попытка (призы остаются на прежних местах). Найдите вероятность открыть два приза не более чем с трёх попыток при правильной (оптимальной) игре.

Автор А. Акимов