II Московская олимпиада школьников по вероятности и статистике 02 февраля 2025 г.

8 класс.

1. В дереве n вершин. Найдите среднее арифметическое степеней всех вершин этого дерева.

2. На Острове Невезения живут только зайцы и кролики. Известно, что на каждого островитянина в среднем приходится 10,56 островитян-кроликов. Какова вероятность того, что случайно выбранный житель острова окажется кроликом?

3. Дан числовой набор

6, 7, 7, 8, 8, 8, 8, 9, 9, 11, 12.

Удалять или добавлять числа нельзя, но к любым имеющимся числам набора можно прибавлять положительные слагаемые с единственным условием: сумма всех добавленных слагаемых равна 8. Может ли медиана получившегося набора оказаться больше, чем 10,5?

4. Рассеянный Учёный получил для обработки большой массив данных о результатах диагностических работ 2025 студентов по теории вероятностей по 100–балльной шкале (целые числа от 1 до 100). Медианный результат равнялся 35 баллам. Учёный начал думать, как лучше сгруппировать данные.

Сначала он сгруппировал их в интервалы 1 – 4, 5 – 8, 9 – 12, …, 97 – 100 баллов и оценил среднее арифметическое по серединам этих интервалов и их частотам. Получилось ровно 34,5 балла.

Затем Учёный сгруппировал данные в интервалы 1 – 5, 6 – 10, 11 – 15, …, 96 – 100 баллов. Оценка среднего, полученная при помощи середин этих интервалов, оказалась равна ровно 38,0 баллов.

Докажите, что Учёный где-то ошибся в своих вычислениях.

5. Из множества натуральных чисел от 1 до $2n$ выбирают случайно и независимо друг от друга три числа. Найдите вероятность того, что какие-то два из них в сумме дают $2n+1$.

6. Турнир по олимпийской системе проходит в несколько туров: все игроки разбиваются на пары, проигравший в каждой паре выбывает из турнира, победители снова разбиваются на пары. Так происходит, пока не останется единственная пара игроков; победитель в этой паре объявляется победителем турнира, а проигравший занимает второе место. Провести олимпийский турнир можно, если число игроков является степенью числа 2.

Однажды 96 теннисистов случайным образом разбились на две группы – малую, в которой 32 игрока, и большую, в которой 64 игрока. Известно, что среди этих 96 теннисистов нет двоих, играющих одинаково хорошо, и что в любой встрече побеждает тот, кто играет лучше.

В малой группе был проведён Малый олимпийский турнир по теннису из пяти туров. В большой группе был проведён Большой олимпийский турнир из шести туров. Какова вероятность того, что при встрече победитель Малого турнира проиграет:

а) победителю Большого турнира;

б) тому, кто занял второе место в Большом турнире?