МОСКОВСКАЯ ПРЕДПРОФЕССИОНАЛЬНАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ИНФОРМАТИКА. ОТБОРОЧНЫЙ ТУР 9 КЛАСС

Часть 1

Карточный домик 1 вариант

Как известно, из обычных игральных карт можно собирать карточные домики. По этому развлечению даже есть соревнования! На рисунке изображены три карточных домика - одноэтажный, двухэтажный и трёхэтажный. Сколько игральных карт понадобится, чтобы построить домик высотой в 1000 этажей?

Ответ:

1500500

Решение:

Пусть требуется построить домик высотой X, для которого потребуется F(X) карт. Тогда у основания нужно поставить 2X карт, и X – 1 карт для пола следующего этажа. На новый пол ставится дом высоты X – 1, для него потребуется F(X – 1) карт. Получаем рекурсивную функцию:

F(X) = 3X – 1 + F(X – 1)

Выполним математические преобразования:

$$f(x) = 3x - 1 + 3(x-1) - 1 + 3(x-2) - 1 + \ldots + 3*1 - 1 =$$

$$= 3(x + (x-1) + (x-2) + \ldots + 1) - x = 3 \cdot \frac{x+1}{2} x - x = \frac{3x^2 + 3x}{2} - \frac{2x}{2} = \frac{3x^2 + x}{2}$$

Таким образом $F(X) = (3X^2 + X) / 2$

Откуда и получаем ответ.

Карточный домик 2 вариант

Как известно, из обычных игральных карт можно собирать карточные домики. По этому развлечению даже есть соревнования! На рисунке изображены три карточных домика -

одноэтажный, двухэтажный и трёхэтажный. Сколько игральных карт понадобится, чтобы построить домик высотой в 900 этажей?

Ответ:

1215450

Решение:

Пусть требуется построить домик высотой X, для которого потребуется F(X) карт. Тогда у основания нужно поставить 2X карт, и X – 1 карт для пола следующего этажа. На новый пол ставится дом высоты X – 1, для него потребуется F(X – 1) карт. Получаем рекурсивную функцию:

F(X) = 3X – 1 + F(X – 1)

Выполним математические преобразования:

$$f(x) = 3x - 1 + 3(x-1) - 1 + 3(x-2) - 1 + \ldots + 3*1 - 1 =$$

$$= 3(x + (x-1) + (x-2) + \ldots + 1) - x = 3 \cdot \frac{x+1}{2} x - x = \frac{3x^2 + 3x}{2} - \frac{2x}{2} = \frac{3x^2 + x}{2}$$

Таким образом F(X) = $(3X^2 + X) / 2$

Откуда и получаем ответ.

Деловые переговоры 1 вариант

Представители двух фирм встретились, чтобы заключить крупный контракт. От фирмы А пришло три представителя, а от фирмы Б - шесть. Все представители рассаживаются за круглый стол переговоров. Сколькими способами они могут это сделать, если никакие два представителя фирмы А не сидят рядом друг с другом?

Ответ:

14400

Решение:

$$\frac{P_6}{6} \cdot A_6^3 = 14400$$

Деловые переговоры 2 вариант

Представители двух фирм встретились, чтобы заключить крупный контракт. От фирмы А пришло три представителя, а от фирмы Б - семь. Все представители рассаживаются за круглый стол переговоров. Сколькими способами они могут это сделать, если никакие два представителя фирмы А не сидят рядом друг с другом?

Ответ:

151200

Решение:

$\frac{P_7}{7} = A_7^3 = 151200$

Турист 1 вариант

Турист собирается в поход. Для этого он берёт с собой рюкзак выдерживающий 8 кг веса. Некоторые предметы более ценны для похода, чем другие. Ниже представлен список предметов, которые турист может взять с собой, их вес, и их ценность с точки зрения туриста (по шкале от 1 до 10).

Палатка - 2 кг - 10

Дождевик - 1 кг - 5

Канистра керосина - 2 кг - 6

Топор - 1 кг - 6

Сухпаек - 2 кг - 7

Термобельё - 1 кг - 5

Канистра с водой - 3 кг - 8

Аптечка - 1 кг - 7

Помогите туристу собрать наиболее ценный набор предметов, который он сможет унести. В ответ запишите общую стоимость набранных предметов.

Ответ:

40

Решение:

Задача о наполнении рюкзака. Возможно решение полным перебором. А возможно по следующему алгоритму. Отсортируем предметы по ценности на 1 кг веса в порядке убывания, затем по весу в порядке убывания. Выбираем предметы с начала полученного списка, пока не заполнится рюкзак. Если при заполнении в рюкзаке осталось пустое место, то заменяем предметы с наименьшей ценностью на другие – с большей ценностью.

Турист 2 вариант

Турист собирается в поход. Для этого он берёт с собой рюкзак выдерживающий 8 кг веса. Некоторые предметы более ценны для похода, чем другие. Ниже представлен список предметов, которые турист может взять с собой, их вес, и их ценность с точки зрения туриста (по шкале от 1 до 10).

Палатка - 2 кг - 8

Дождевик - 1 кг - 6

Канистра керосина - 2 кг - 5

Топор - 1 кг - 7

Сухпаек - 2 кг - 8

Термобельё - 1 кг - 5

Канистра с водой - 3 кг - 7

Аптечка - 1 кг - 8

Помогите туристу собрать наиболее ценный набор предметов, который он сможет унести. В ответ запишите общую стоимость набранных предметов.

Ответ:

42

Решение:

Задача о наполнении рюкзака. Возможно решение полным перебором. А возможно по следующему алгоритму. Отсортируем предметы по ценности на 1 кг веса в порядке убывания, затем по весу в порядке убывания. Выбираем предметы с начала полученного списка, пока не заполнится рюкзак. Если при заполнении в рюкзаке осталось пустое место, то заменяем предметы с наименьшей ценностью на другие – с большей ценностью.

Часть 2

На уроке Химии

Кузьма заметил, что одним из наиболее часто встречаемых на уроках химическим элементом является водород *H*. При этом в различных химических веществах он встречается совершенно разное кол-во раз.

Помогите Кузьме посчитать суммарное кол-во атомов водорода в наборе химических веществ.

Формат ввода

Первая строка содержит целое число n ($1 \le n \le 100$) - кол-во химических веществ

Вторая строка содержит n химических веществ, в одном из двух форматов:

кислота - $aHbL_1L_2$, где a - кол-во молекул элемента ($1 \le a \le 10$), b - кол-во атомов водорода в молекуле ($1 \le b \le 3$), L_i - атом (не водорода) (**при этом** если $a = 1$ или $b = 1$ они пропускаются, например: HbL_1L_2 при $a = 1$)

основание - $aL(OH)b$ при $a = 1$, где a - кол-во молекул элемента ($1 \le a \le 10$), b - кол-во гидроксогрупп *OH* в молекуле ($1 \le b \le 3$), *L*- атом (не водорода) (**при этом** если $a = 1$ или $b = 1$ они пропускаются, например: при *aLOH* при $b = 1$)

Формат вывода

Выведите число: суммарное кол-во атомов водорода

Пример 1

Ввод	Вывод
2 3H2SO4 HCl	7

Пример 2

Ввод	Вывод
2 4NaOH Ca(OH)2	6

Примечания

В первом примере 3 молекулы содержат по 2 атома водорода + молекула с одним: 6 + 1 = 7

Во втором примере кол-во рассчитывается: 4 + 2 = 6

Пример решения

```
def solution(number, elements):
    result = 0
    for x in range(number):
        mul = 1
        if 'OH' in elements[x]:
            e = elements[x] + '*'
            pos = e.index('OH') + 2
            if e[0].isdigit() and e[1].isdigit():
                mul *= int(e[0:2])
            elif e[0].isdigit():
                mul *= int(e[0])

            if e[pos] == ')':
                mul *= int(elements[x][pos + 1])

        else:
            e = elements[x]
            pos = e.index('H') + 1
            if e[0].isdigit() and e[1].isdigit():
                mul *= int(e[0:2])
            elif e[0].isdigit():
                mul *= int(e[0])

            if e[pos].isdigit():
                mul *= int(elements[x][pos])
        result += mul
    return result


# solving
n = int(input())
elem = input().split(" ")
r = solution(n, elem)
print(r)
```

На уроке Геометрии

Кузьму восхищают окружности, ведь на координатной плоскости они задаются всего лишь точкой и радиусом!

С недавних пор Кузьма ввёл классификацию для каждой пары окружностей, а именно:

1. окружность O_1 поглощает окружность O_2, если все точки окружности O_2 лежат внутри или на границе O_1
2. окружность O_1 дополняет окружность O_2 , если ни одной точки O_2 не лежит внутри или на границе O_1
3. окружность O_1 пересекает окружность O_2, если у окружностей есть хотя бы одна общая точка и при этом окружности не поглощают одна другую

Кузьма записал некоторое кол-во окружностей, но звонок на перемену отвлек его и он просит помочь ему с классификацией!

Формат ввода

На вход подаются две идентичные строки:

В первой строке содержатся 3 целых числа x,y,r ($1 \le x,y,r \le 100$) - координаты (x,y) центра первой окружности и её радиус r

Во второй строке аналогичные 3 целых числа для второй окружности.

Формат вывода

Если одна окружность поглощает другую выведите: absorption

Если одна окружность дополняет другую выведите: addition

Если одна окружность пересекает другую выведите: intersection

Пример 1

Ввод	Вывод
1 1 1 10 10 1	addition

Пример 2

Ввод	Вывод
1 1 5 10 1 6	intersection

Пример 3

Ввод	Вывод
5 5 1 5 5 10	absorption

Пример решения

```python
def solution(circle1, circle2):
    x1, y1, r1 = [int(c) for c in circle1.split(" ")]
    x2, y2, r2 = [int(c) for c in circle2.split(" ")]

    s = (x1 - x2) ** 2 + (y1 - y2) ** 2
    if (r1 + r2) ** 2 < s:
        return 'addition'
    elif (r1 - r2) ** 2 >= s:
        return 'absorption'
    else:
        return 'intersection'


# solving
a = input()
b = input()
r = solution(a, b)
print(r)
```

На уроке Физкультуры

Кузьма обожает эстафеты, еще бы - ведь он капитан команды своего класса!

Перед очередными школьными соревнованиями ему необходимо собрать команду, в которой помимо него **должно быть еще три участника**. Сложность в том, что для победы в эстафете недостаточно быстро бегать - надо ещё уметь ловко передавать палочку! Время прохождения участником своего этапа считается следующим образом:

- Если ловкость передачи палочки a_{i-1} предыдущего участника выше или равна максимальной скорости текущего участника v_i, то дистанция $2 * L$ пробегается полностью со скоростью v_i, то есть за время $t = [2 * L/v_i]$ секунд (с округлением в большую сторону)
- Если участник первый - то аналогично предыдущему пункту
- Если ловкость передачи палочки предыдущего участника ниже, то скорость текущего участника в первую секунду будет равна a_{i-1} и в каждую следующую секунду будет увеличиваться на 1, пока не достигнет v_i или пока участник не передаст эстафету. Кол-во затраченных секунд в таком случае равно $t = min(n + 1)$, при котором $a_{i-1} + (a_{i-1} + 1) + ...min(a_{i-1} + n, v_i) \geq 2 * L$

Кузьма в роли капитана **бежит последним** и имеет характеристики a_k, v_k = **10, 10**.

Помогите Кузьме собрать самую быструю команду!

Формат ввода

В первой строке содержится целое число L ($1 \leq L \leq 100$) - кол-во метров дистанции до разворота (обратите внимание, что участник в свою очередь пробегает расстояние 2 * L - то есть туда и обратно)

В второй строке содержится целое число k ($3 \leq k \leq 10$) - кол-во претендентов в команду

В последующих k строках содержатся по два числа a_i и v_i ($1 \leq a_i, v_i \leq 10$) - ловкость передачи эстафетной палочки и максимальная скорость претендента

Формат вывода

Выведите целое число t : кол-во секунд, потраченное на прохождение эстафеты самой быстрой возможной командой

Пример 1

Ввод	Вывод
20 3 8 5 5 10 5 5	25

Пример 2

Ввод	Вывод
30	36

Ввод	Вывод
4 7 5 6 9 5 4 3 7	

Примечания

В первом примере нет выбора претендентов, но важен порядок пробега дистанции: 2-3-1-К.

Претендент 2 пробежит 40 метров за 4 сек., Претендент 3 пробежит 40 метров за 8 сек., Претендент 1 пробежит 40 метров за 8 сек., и Кузьма пробежит последние 40 метров за 5 сек. (Кузьма за каждую секунду пробежит 8 + 9 + 10 + 10 + 10 метров)

Во втором примере самая быстрая команда: 2-4-1-К

Пример решения

```
import itertools


def solution(distance, p_count, peoples):
    teams = list(itertools.permutations(range(p_count), 3))
    time = -1
    best_team = []
    for team in teams:
        team_time = 0
        s_wand = 10
        # члены команды
        for pp in team:
            s_distance = 0

            while s_distance < 2 * distance:
                team_time += 1
                s_distance += min(s_wand, peoples[pp][1])
                if s_wand < peoples[pp][1]:
                    s_wand += 1
            s_wand = peoples[pp][0]

        # капитан
        s_distance = 0
        while s_distance < 2 * distance:
            team_time += 1
            s_distance += min(s_wand, 10)
            if s_wand < 10:
                s_wand += 1

        if time < 0 or time > team_time:
            time = team_time
            best_team = team

    return time


# solving
L = int(input())
```

```
k = int(input())
p = []
for x in range(k):
    p.append([int(par) for par in input().split(" ")])
r = solution(L, k, p)
print(r)
```