

Максимальная попарная разница

Если раскрыть все модули в $|a_1 - b_{p_1}| + |a_2 - b_{p_2}| + \dots + |a_n - b_{p_n}|$, то n чисел из $a_1, a_2, \dots, a_n, b_1, b_2, \dots, b_n$ войдут в сумму со знаком плюс, а оставшиеся n чисел со знаком минус.

Поэтому, максимальный счёт точно не может быть больше чем «сумма n максимальных чисел среди $a_1, a_2, \dots, a_n, b_1, b_2, \dots, b_n$ минус сумма n минимальных чисел среди $a_1, a_2, \dots, a_n, b_1, b_2, \dots, b_n$ ». И оказывается, что такого счёта всегда можно достичь.

Давайте отсортируем все числа $a_1, a_2, \dots, a_n, b_1, b_2, \dots, b_n$ и посмотрим: сколько чисел из массива a окажется в первой половине отсортированного массива, пусть x . Тогда чисел из массива b в первой половине всего $n - x$ штук. А во второй половине: $n - x$ чисел из массива a , и x чисел из массива b . Поэтому мы можем образовать n пар: «число из массива a , число из массива b » так, что в каждой паре по одному числу из каждой половины отсортированного массива. И счёт в таком случае, будет в точности равен «сумма n максимальных чисел среди $a_1, a_2, \dots, a_n, b_1, b_2, \dots, b_n$ минус сумма n минимальных чисел среди $a_1, a_2, \dots, a_n, b_1, b_2, \dots, b_n$ ».

А число способов это сделать будет $x! \cdot (n - x)!$, где $k! = 1 \cdot 2 \cdot \dots \cdot k$. Так как нужно независимо сопоставить x наименьшим числам из a — x наибольшим числам из b , и независимо $n - x$ наибольшим числам из a — $n - x$ наименьшим числам из b .

При этом при любом другом способе, хотя бы одна из пар (a_i, b_{p_i}) будет содержать пару чисел из одной и той же половины отсортированного массива, и, так как все числа различны, в таком случае счёт будет не максимален.

Асимптотика решения: $O(n \log n)$, из-за сортировки массива.