

Хоровод

Для начала разберём случай $x = y$. Понятно, что максимальное количество пар соседей разного пола достигается при чередовании мальчиков и девочек: $BGBGBG \dots BG$. В данном случае количество пар равно $x + y$. Минимальное количество пар достигается, если все мальчики идут подряд, а потом все девочки идут подряд: $BB \dots BBGG \dots GG$, тогда количество пар равно 2.

Заметим, что количество пар соседей разного пола всегда чётно. Чтобы доказать это, можно рассмотреть блок подряд идущих мальчиков, с ним образуется ровно 2 пары с девочками (слева и справа). Если просуммировать это по всем блокам мальчиков, то мы получим ровно количество пар соседей разного пола, и оно будет чётным.

Теперь, чтобы получить меньше, чем $x + y$ пар соседей разного пола, можно начать объединять детей одного пола в блоки. Например:

- $BGBGBGBB$ — 8 пар;
- $GGBBGBGB$ — 6 пар;
- $GGGBBBGB$ — 4 пары;
- $GGGGBBBB$ — 2 пары.

То есть, мы каждый раз берём следующего мальчика и девочку и добавляем в блоки подряд идущих мальчиков и девочек, уменьшая количество пар на 2. Так можно получить любое чётное количество пар от 2 до $x + y$.

Теперь перейдём к случаю $x \neq y$. Понятно, что у нас не могут просто чередоваться мальчики и девочки. Однако максимальное количество пар достигается, когда они почти чередуются: $BGBGBG \dots BGBGGGGG$ (в случае, если девочек больше). Количество пар соседей разного пола в этом случае равно $2 \cdot \min(x, y)$. Чтобы получить какое-то промежуточное количество пар (между 2 и $2 \cdot \min(x, y)$), можно так же, как описано выше, объединять мальчиков и девочек в блоки.