

Московская предпрофессиональная олимпиада школьников. Математика. 9 класс. Теоретический тур отборочного этапа, 2023/24

1 ноя 2023 г., 10:00 — 20 ноя 2023 г., 23:59

№ 1, вариант 1

5 баллов

Известно, что x_1 и x_2 — корни квадратного уравнения $x^2 - 3x + 1 = 0$, а $A = \frac{x_1^4 + x_2^4}{|x_1^2 - x_2^2|}$.

Найдите $3\sqrt{5} \cdot A$

№ 1, вариант 2

5 баллов

Известно, что x_1 и x_2 — корни квадратного уравнения $x^2 - 5x + 2 = 0$, а $A = \frac{x_1^4 + x_2^4}{|x_1^2 - x_2^2|}$.

Найдите $5\sqrt{17} \cdot A$

№ 2, вариант 1

5 баллов

Дан четырёхугольник $ABCD$, диагонали которого перпендикулярны, а их длины в сумме дают 8. Середины сторон четырёхугольника $ABCD$ последовательно соединили и получили четырёхугольник $MNPQ$. Найдите наибольшую возможную площадь $MNPQ$.

№ 2, вариант 2

5 баллов

Дан четырёхугольник $ABCD$, диагонали которого перпендикулярны, а их длины в сумме дают 12. Середины сторон четырёхугольника $ABCD$ последовательно соединили и получили четырёхугольник $MNPQ$. Найдите наибольшую возможную площадь $MNPQ$.

№ 3, вариант 1

10 баллов

Пятидесятизначное число состоит только из нечётных цифр. В нём ровно девять единиц, а троек и пятёрок поровну и при этом в три раза меньше, чем девяток. Найдите остаток при делении этого числа на девять.

№ 3, вариант 2

10 баллов

Пятидесятизначное число состоит только из нечётных цифр. В нём ровно девять единиц, а троек и пятёрок поровну и при этом в три раза меньше, чем девяток. Найдите остаток при делении этого числа на три.

№ 4, вариант 1

10 баллов

Найдите площадь фигуры Φ , если она задана системой:

$$\begin{cases} y \geq |x| \\ |y - 2| \leq 1 \\ (x - 3)^2 + (y - 3)^2 \geq 8 \end{cases}$$

Ответ запишите в виде десятичной дроби, учитывая, что $\pi = 3,14$.

№ 4, вариант 2

10 баллов

Найдите площадь фигуры Φ , если она задана системой:

$$\begin{cases} y \geq |x| \\ |y - 3| \leq 2 \\ (x - 5)^2 + (y - 5)^2 \geq 32 \end{cases}$$

Ответ запишите в виде десятичной дроби, учитывая, что $\pi = 3,14$.

№ 5, вариант 1

35 баллов

Слава выписывает в ряд крестики и нолики, всего 12 символов. Сколько существует таких цепочек, чтобы никакие два крестика не стояли рядом?

№ 5, вариант 2

35 баллов

Саша выписывает в ряд крестики и нолики, всего 14 символов. Сколько существует таких цепочек, чтобы никакие два нолика не стояли рядом?

№ 6, вариант 1

35 баллов

Решите систему уравнений:

$$\begin{cases} \sqrt[3]{x+3} + \sqrt[3]{y-2} = 4 \\ xy - 2x + 3y = 33 \end{cases}$$

Для каждой пары решений найдите сумму x и y . В ответ запишите **наибольшее** из получившихся значений.

№ 6, вариант 2

35 баллов

Решите систему уравнений:

$$\begin{cases} \sqrt[3]{x+4} + \sqrt[3]{y-3} = 4 \\ xy - 3x + 4y = 39 \end{cases}$$

Для каждой пары решений найдите сумму x и y . В ответ запишите **наибольшее** из получившихся значений.