

Московская предпрофессиональная олимпиада школьников. Математика. 11 класс. Теоретический тур отборочного этапа, 2023/24

1 ноя 2023 г., 10:00 — 20 ноя 2023 г., 23:59

№ 1, вариант 1

5 баллов

В выпуклом семиугольнике наугад выбирают две различные диагонали. Какая вероятность, что они не имеют общих точек?

№ 1, вариант 2

5 баллов

В выпуклом восьмиугольнике наугад выбирают две различные диагонали. Какая вероятность, что они не имеют общих точек?

№ 2, вариант 1

5 баллов

Сколько целых значений x удовлетворяют неравенству

$$\frac{\arcsin \frac{x^2}{4} - \arcsin \frac{x}{8}}{(2x^3 + 2x + 1)(\log_{9x}(x^2 - 3))} \leq 0?$$

№ 2, вариант 2

5 баллов

Сколько целых значений x удовлетворяют неравенству

$$\frac{\arccos \frac{x^2}{4} - \arccos \frac{x}{8}}{(x^3 + x + 1)(\log_{3x}(x^2 - 3))} \geq 0?$$

№ 3, вариант 1

10 баллов

Решите уравнение

$$\sin(\pi x) + \cos(\pi x) = \log_2^2\left(\frac{5}{4} - x\right) + \sqrt{2} \cdot 3^{|x-0.25|}$$

№ 3, вариант 2

10 баллов

Решите уравнение

$$3 \sin(\pi x) - 3 \cos(\pi x) = \left| \frac{3}{4} - x \right| + 3\sqrt{2} \cdot 2^{|x-0.75|}$$

№ 4, вариант 1

10 баллов

Дана правильная призма, в основании которой лежит равносторонний треугольник. Известно, что периметр боковой грани 8. Чему равна сторона основания такой призмы с наибольшим объёмом из возможных?

№ 4, вариант 2

10 баллов

Дана правильная призма, в основании которой лежит равносторонний треугольник. Известно, что периметр боковой грани 4. Чему равна сторона основания такой призмы с наибольшим объёмом из возможных?

№ 5, вариант 1

35 баллов

Найдите площадь фигуры Ф, которая задана неравенством: $\log_{(|x|+|y|-2)}(x^2 + y^2 - 4y + 4) \leq 0$.

Примечание: площади «открытых» и «замкнутых» фигур считать одинаковым образом, например, площади кругов $x^2 + y^2 < 1$ и $x^2 + y^2 \leq 1$ одинаковы и равны π .

Ответ записать в виде десятичной дроби, учитывая, что $\pi = 3,14$.

№ 5, вариант 2

35 баллов

Найдите площадь фигуры Ф, которая задана неравенством: $\log_{(|x|+|y|-2)}(x^2 - 6x + 9 + y^2) \leq 0$.

Примечание: площади «открытых» и «замкнутых» фигур считать одинаковым образом, например, площади кругов $x^2 + y^2 < 1$ и $x^2 + y^2 \leq 1$ одинаковы и равны π .

Ответ записать в виде десятичной дроби, учитывая, что $\pi = 3,14$.

№ 6, вариант 1

35 баллов

При каких значениях параметра a уравнение $x^2 - 4x + a = \cos(2\pi x) + \sin^2(3\pi x)$ имеет нечётное число решений.

№ 6, вариант 2

35 баллов

При каких значениях параметра a уравнение $x^2 - 4x + a = \cos(3\pi x) - \operatorname{tg}^2(2\pi x)$ имеет нечётное число решений.