

**МОСКОВСКАЯ ПРЕДПРОФЕССИОНАЛЬНАЯ
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
МАТЕМАТИКА. ОТБОРОЧНЫЙ ТУР
11 класс**

Задание 1.1

Назовем билетик «удачным», если сумма цифр шестизначного номера кратна 13. В этот раз Вася приобрел два «удачных» билетика, идущих подряд, то есть их номера отличаются на один. Найдите номера этих билетиков, если известно, что номер одного из билетов состоит только из 4 и 9, причём известно, что первая цифра – 4, а последняя – 9, а номер другого билетика состоит только из 4, 5 и трёх 0. В ответ запишите наибольший номер из двух.

Задание 1.2

Назовем билетик «удачным», если сумма цифр шестизначного номера кратна 13. В этот раз Вася приобрел два «удачных» билетика, идущих подряд, то есть их номера отличаются на один. Найдите номера этих билетиков, если известно, что номер одного из билетов состоит только из 4 и 9, причём известно, что первая цифра – 4, а последняя – 9, а номер другого билетика состоит только из 4, 5 и трёх 0. В ответ запишите наименьший номер из двух.

Задание 2.1

В треугольнике ABC проведена биссектриса AD . Найдите угол A , если известно, что $AD=DC$ и что $AC=2AB$?

Задание 2.2

В треугольнике ABC проведена биссектриса AD . Найдите угол C , если известно, что $AD=DC$ и что $AC=2AB$?

Задание 3.1

На новогодней гирлянде 100 электрических огоньков. Гирлянда имеет несколько режимов. Сначала светятся все огоньки, если нажать кнопку, гаснет каждый второй огонек, при следующем нажатии кнопки переключаются каждый третий огонек (светился – отключается, не светился – начинает светиться), затем нажимают кнопку, происходит переключение каждого четвёртого огонька, затем каждого пятого и т.д. Найдите вероятность, что через сто нажатий, случайный огонек горит.

Задание 3.2

На новогодней гирлянде 100 электрических огоньков. Гирлянда имеет несколько режимов. Сначала светятся все огоньки, если нажать кнопку, гаснет каждый второй огонек, при следующем нажатии кнопки переключаются каждый третий огонек (светился – отключается, не светился – начинает светиться), затем нажимают кнопку, происходит

**МОСКОВСКАЯ ПРЕДПРОФЕССИОНАЛЬНАЯ
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
МАТЕМАТИКА. ОТБОРОЧНЫЙ ТУР
11 класс**

переключение каждого четвёртого огонька, затем каждого пятого и т.д. Найдите вероятность, что через сто нажатий, случайный огонек не горит.

Задание 4.1

Найдите x_1 - корень уравнения $1 - \sin x = \cos 2x$, принадлежащий отрезку $\left[-\frac{13\pi}{12}; -\frac{11\pi}{12}\right]$. В ответ запишите значение $\cos x_1 + \sin x_1$.

Задание 4.2

Найдите x_1 - корень уравнения $1 - \sin x = \cos 2x$, принадлежащий отрезку $\left[-\frac{13\pi}{12}; -\frac{11\pi}{12}\right]$. В ответ запишите значение $2 \cos x_1$.

Задание 5.1

По разные стороны от центра шара проведены два параллельных сечения, расстояние между сечениями 12 см, $S_1=S_2=16\pi$ см². Известно, что в шаре есть сферическая полость радиусом $\sqrt[3]{\frac{3}{4}}$ см, центры шара и полости совпадают. Найдите отношение объёма шарового слоя без объёма полости к объёму полости.

Задание 5.2

По разные стороны от центра шара проведены два параллельных сечения, расстояние между сечениями 6 см, $S_1=S_2=25\pi$ см². Известно, что в шаре есть сферическая полость радиусом $\sqrt[3]{\frac{3}{4}}$ см, центры шара и полости совпадают. Найдите отношение объёма шарового слоя без объёма полости к объёму полости.

Задание 6.1

Рассмотрите только те трёхзначные числа, которые НЕ оканчиваются двумя нулями и ответьте на вопросы.

Найдите пример трёхзначного числа больше 700, но меньше 900, которое в 90 раз больше суммы его цифр.

Какое наибольшее натуральное число можно получить при делении трёхзначного числа на сумму его цифр?

**МОСКОВСКАЯ ПРЕДПРОФЕССИОНАЛЬНАЯ
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
МАТЕМАТИКА. ОТБОРОЧНЫЙ ТУР
11 класс**

Задание 6.2

Рассмотрите только те трёхзначные числа, которые НЕ оканчиваются двумя нулями и ответьте на вопросы.

Найдите пример трёхзначного числа больше 600, но меньше 900, которое в 90 раз больше суммы его цифр.

Найдите максимальное трёхзначное число, которое при делении на сумму своих цифр даст 91.