Решения и ответы

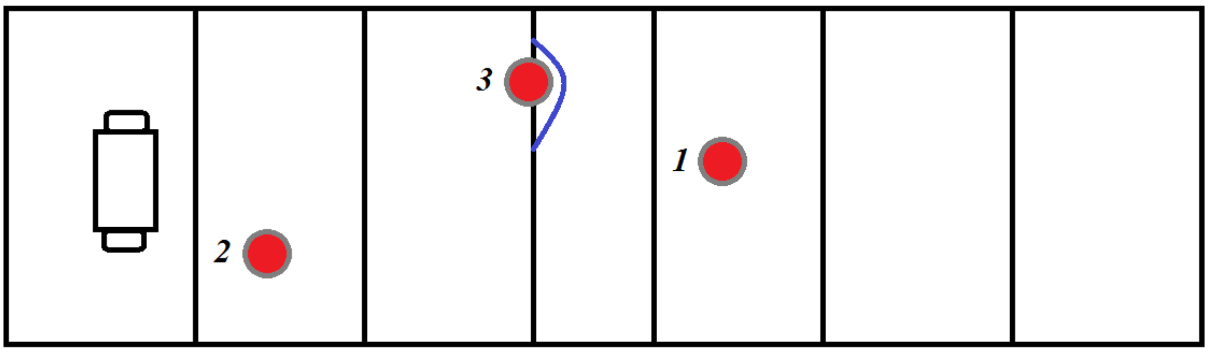
№ 1

Самый новый – Бета, далее идёт робот Альфа, самый старый – робот Гамма.

Ответ: Бета, Альфа, Гамма.

№ 2

Рассмотрим расположение шайб. Учтём, что чёрные линии, ограничивающие поле, являются его частью. Линии, разделяющие зоны поля, считаются относящимися к зонам с меньшим числом очков. Если шайба находится сразу в нескольких зонах, то за неё баллы присуждаются по зоне с наименьшим числом баллов. Если шайба находится вне зон ***A***, ***B***, ***C***, ***D***, ***E*** (некоторые части шайбы касаются поля вне зон), то за неё дают 0 баллов.
Шайбы расположены следующим образом:



Значит, шайба № 1 приносит 10 баллов, шайба № 2 – 5 баллов, а шайба № 3 – снова 10 баллов. Итого за попытку получается 25 баллов.

Ответ: 25 баллов.

№ 3

Чтобы определить массу шарика ***B***, необходимо записать условие равновесия рычага:

$$\frac{F_1}{F_2} = \frac{l_2}{l_1}\text{, где } F = mg$$

Обозначим x массу шарика ***B***. Составим уравнение равновесия системы. Так как по условию задачи балка разделена на равные части, то мы можем пренебречь её длиной, учитывая только соотношения частей. Заранее разделим обе части уравнения на g:

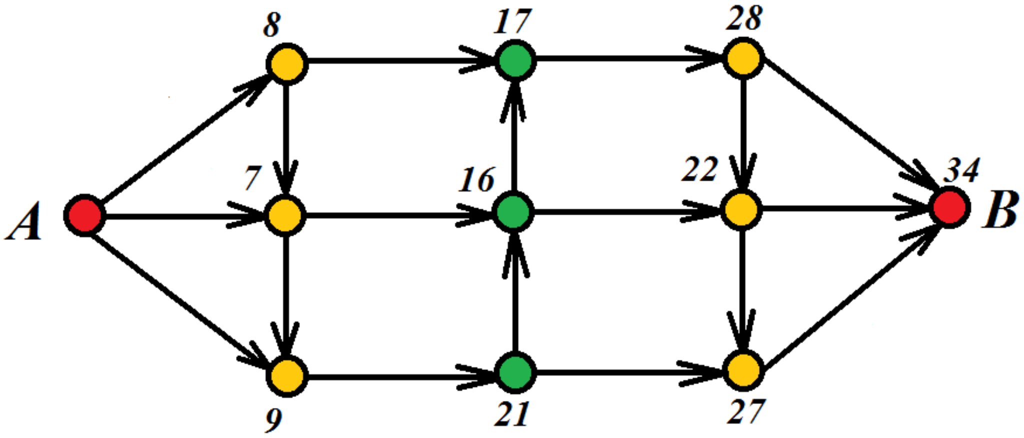
$$2 \cdot 272 = 3 \cdot x + 2 \cdot 50$$
$$2 \cdot 272 - 2 \cdot 50 = 3 \cdot x$$
$$3x = 544 - 100$$
$$3x = 444$$
$$x = 444 : 3$$
$$x = 148$$

Ответ: масса шарика *B* равна 148 г.

№ 4

На схеме представлен направленный граф. Нам надо найти кратчайший путь из вершины ***A*** в вершину ***B***. Следует учитывать, что может существовать более одного пути с кратчайшей длиной (в нашем случае – минимальным временем движения) и что нас устроит любой из них.

Будем перемещаться по графу слева направо, помечая каждую вершину числом, которое указывает минимальное время (кратчайшее расстояние) от точки старта ***A*** (дома) до текущей вершины. Пройдя таким образом по всем вершинам графа и пометив все вершины, мы получим в качестве метки для вершины ***B*** минимальное время, которое нужно, чтобы добраться из вершины ***A*** в вершину ***B***.

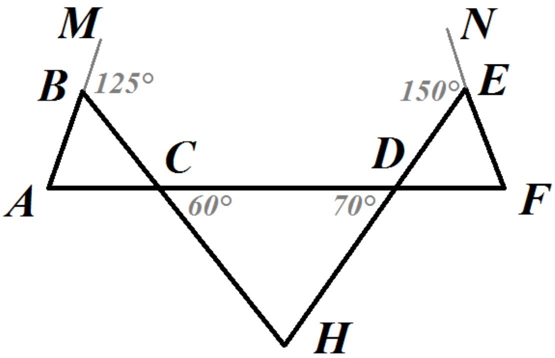


Таким образом, можно узнать, что Оля доедет от дома до работы за 34 минуты.

Ответ: 34 минуты.

№ 5

Отметим на чертеже то, что нам известно:



Определим градусные величины оставшихся углов.

∠MBC и ***∠ABC*** – смежные углы, значит, по свойству смежных углов:

$$\angle ABC = 180° - \angle MBC = 180° - 125° = 55°$$

∠NED и ***∠FED*** – смежные углы, значит, по свойству смежных углов:

$$\angle FED = 180° - \angle NED = 180° - 150° = 30°$$

∠BCA и ***∠HCD*** – вертикальные углы, значит, по свойству вертикальных углов:

$$\angle BCA = \angle HCD = 60°$$

∠EDF и ***∠CDH*** – вертикальные углы, значит, по свойству вертикальных углов:

$$\angle EDF \text{ и } \angle CDH = 70°$$

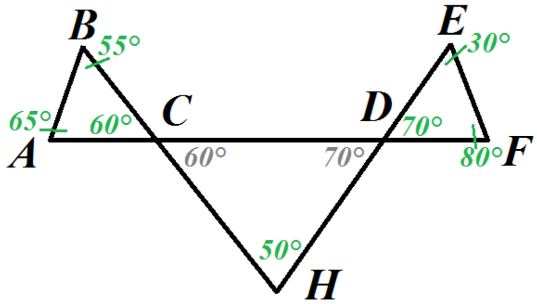
Так как сумма углов треугольника равна 180°, то:

$$\angle BAC = 180° - (\angle ABC + \angle ACB) = 180° - (55° + 60°) = 180° - 115° = 65°$$

$$\angle EFD = 180° - (\angle EDF + \angle FED) = 180° - (70° + 30°) = 180° - 100° = 80°$$

$$\angle CHD = 180° - (\angle HCD + \angle CDH) = 180° - (60° + 70°) = 180° - 130° = 50°$$

Отметим на чертеже найденные нами градусные меры углов:



Так как из всех вершин выходит чётное число отрезков, то для того, чтобы определить наиболее выгодные точки старта, нужно найти потенциальный наибольший угол поворота, который будет исключён в случае старта в данной вершине.

Наибольший угол поворота в вершине находится в вершинах с углами с наименьшей градусной мерой. В нашем случае это вершина ***E***.

Посчитаем минимальный угол поворота робота:

$$(180° - 80°) + (180° - 65°) + (180° - 55°) + (180° - 50°) =$$
$$= 100° + 115° + 125° + 130° = 470°$$

Ответ: 470°.

№ 6

Кривая, которую вычерчивает робот, состоит из двух равных дуг окружности, радиус которых равен половине ширины колеи, то есть

$$20 \text{ см} : 2 = 10 \text{ см}$$

Чтобы изобразить кривую и определить её длину, нужно определить, какова градусная мера каждой из дуг её составляющих.

Рассмотрим первую дугу. При её вычерчивании ось мотора ***A*** повернулась на 0° (колесо ***A*** было зафиксировано), а ось мотора ***B*** повернулась на 1080°. Значит, центр колеса ***B*** двигался по окружности радиусом 20 см, а центр окружности находился в точке крепления колеса ***A***. При этом колесо ***B*** вращалось и повернулось на 1080°. Значит, колесо ***B*** переместилось по дуге, длина которой равна длине окружности колеса, умноженной на количество оборотов, которое данное колесо совершило вокруг своей оси.

Определим длину дуги, по которой проехало колесо ***B***:

$$\frac{1080°}{360°} \cdot 2 \cdot \pi \cdot 5 = 30 \cdot \pi$$

Определим градусную меру дуги окружности, на которую повернулся центр колеса ***B*** и маркер:

$$\frac{30 \cdot \pi}{2 \cdot \pi \cdot 20} \cdot 360° = 270°$$

То есть первая половина кривой – это три четвёртых окружности радиусом 10 см.

Определим длину половины кривой, начерченной роботом:

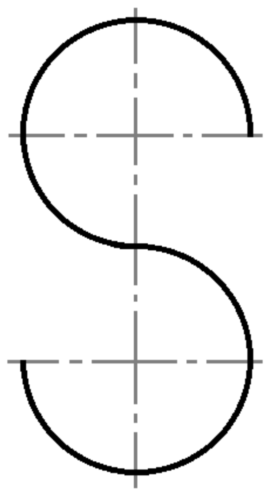
$$\frac{270°}{360°} \cdot 2 \cdot \pi \cdot 10 = 47{,}1 \text{ (см)}$$

Тогда длина всей кривой будет равна:

$$47{,}1 \cdot 2 = 94{,}2 \text{ (см)}$$

Ответ:

А)



Б) Длина кривой, начерченной роботом, равна 94,2 см.