

Решения и ответы

№ 1

Ответ: Дельта – 1-е место, Альфа – 2-е место, Бета – 3-е место, Гамма – 4-е место.

№ 2

Для определённости предположим, что удары совершались из левой зоны удара. Для правой зоны удара решение будет точно таким же.

Рассчитаем ширину каждой из зон поля. Так как зоны **A**, **B**, **D**, **E** и зоны удара имеют одинаковую ширину, а зона **C** в два раза уже, чем зона **B** и общая ширина поля равна 276 см, то получим, что ширина зоны **C** равна:

$$(276 - 8 \cdot 2) : 13 = 20 \text{ (см)}$$

Получим, что зоны **A**, **B**, **D**, **E** имеют одинаковую ширину 40 см, а зона **C** – ширину 20 см.

Рассчитаем, в какой зоне окажется центр первой шайбы после остановки:

$$35 - 10 - 2 = 23 \text{ (см) после границы зоны } A$$

$$23 - 40 = -17 \text{ (см) не хватает до границ зоны } B$$

Так как радиус шайбы 5 см, то от края шайбы до границы зоны **B** будет равно:

$$17 - 5 = 12 \text{ (см)}$$

Шайба № 1 окажется в зоне **A**. За неё начисляется 5 баллов.

Рассчитаем, в какой зоне окажется центр второй шайбы после остановки:

$$52 - 6 - 2 = 44 \text{ (см) после границы зоны } A$$

$$44 - 40 - 2 = 2 \text{ (см) после границы зоны } B$$

$$2 - 40 = -38 \text{ (см) не хватает до границ зоны } C$$

Так как радиус шайбы 5 см, то от края шайбы до границы зоны **B** будет равно:

$$2 - 5 = -3 \text{ (см)}$$

То есть шайба № 2 окажется на границе между зонами **A** и **B**. Это засчитывается так, что шайба № 2 находится в зоне **A**. За неё начисляется 5 баллов.

Рассчитаем, в какой зоне окажется центр третьей шайбы после остановки:

$$74 - 7 - 2 = 65 \text{ (см) после границы зоны } A$$

$$65 - 40 - 2 = 23 \text{ (см) после границы зоны } B$$

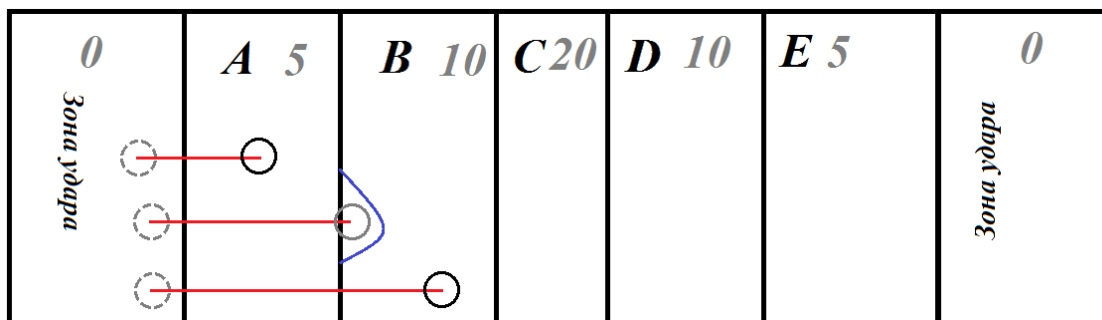
$$23 - 40 = -17 \text{ (см) не хватает до границ зоны } C$$

Так как радиус шайбы 5 см, то от края шайбы до границы зоны **B** будет равно:

$$23 - 5 = 18 \text{ (см)}$$

Шайба № 3 окажется в зоне **B**. За неё начисляется 10 баллов.

Изобразим графически полученный результат:



Общее число баллов за эту попытку будет равно:
 $5 + 5 + 10 = 20$ (баллов).

Ответ: 20 баллов.

№ 3

Чтобы определить массы шариков, необходимо записать условие равновесия рычага:

$$\frac{F_1}{F_2} = \frac{l_2}{l_1}, \text{ где } F = mg$$

Обозначим x массу шарика C . Составим уравнения равновесия для системы. Так как по условию балки разделены на равные части, то мы можем пренебречь их длинами, учитывая только соотношения частей.

Для простоты в уравнениях опустим ускорение свободного падения.

Получим следующие уравнения:

$$2A = B + 3B$$

$$2B = x + 3x$$

$$6x + 5A + 3(2B + 2x) + 0(2B + x) = 3(A + 2B + x) + 4 \cdot 65 + 6B$$

Решив данную систему уравнений, получим, что

$$x = 52$$

Тогда масса шарика A будет равна:

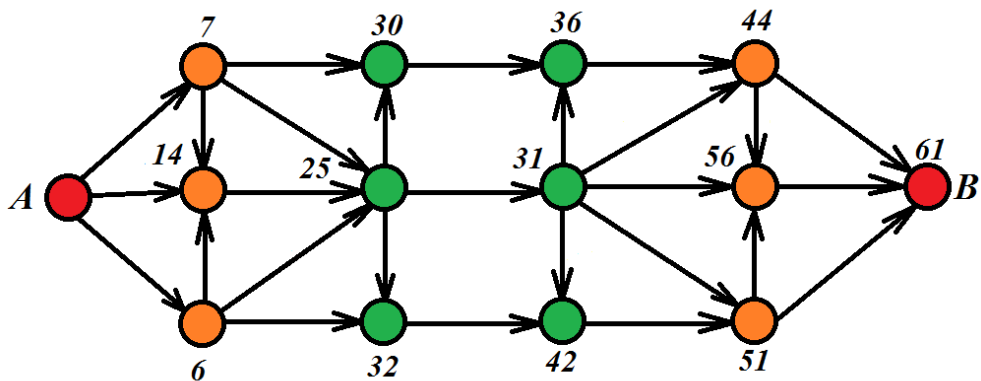
$$52 \cdot 4 = 208$$

Ответ: масса шарика A равна 208 г.

№ 4

На схеме представлен направленный граф. Нам надо найти путь максимальной длины из вершины A в вершину B . Учтём, что может существовать более одного пути максимальной длины и что нас устроит любой из них.

Будем перемещаться по графу слева направо, пометая каждую вершину числом, которое указывает максимальный путь от точки старта A до текущей вершины. Пройдя таким образом по всем вершинам графа и пометив их все, мы получим в качестве метки для вершины B максимальное количество колец, которое можно собрать при движении из вершины A в вершину B .

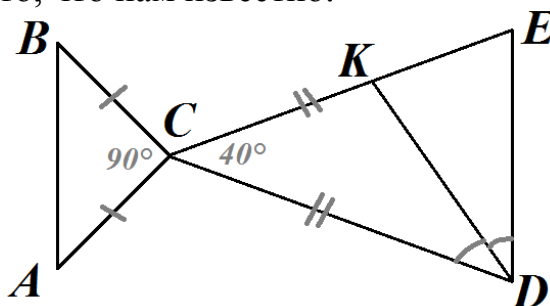


Таким образом, можно показать, что робот может собрать 61 кольцо.

Ответ: 61 кольцо.

№ 5

Отметим на чертеже то, что нам известно:



Определим градусные величины оставшихся углов.

Треугольник ABC – равнобедренный.

Так как сумма углов треугольника равна 180° , то:

$$\angle ABC = \angle CAB = (180^\circ - 90^\circ) : 2 = 45^\circ$$

Треугольник CED – равнобедренный.

Так как сумма углов треугольника равна 180° , то:

$$\angle CED = \angle CDE = (180^\circ - 40^\circ) : 2 = 70^\circ$$

Так как DK – это биссектриса, то

$$\angle CDK = \angle KDE = 70^\circ : 2 = 35^\circ$$

Так как сумма углов треугольника равна 180° , то:

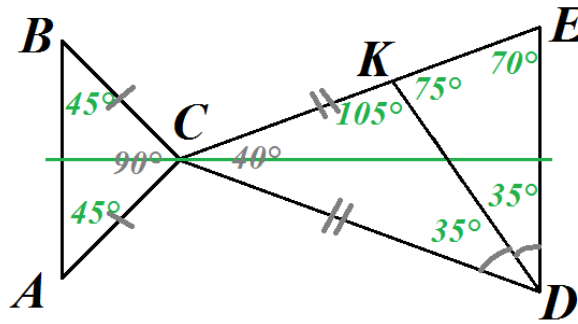
$$\angle CKD = 180^\circ - (\angle KCD + \angle KDC) = 180^\circ - (40^\circ + 35^\circ) = 180^\circ - 75^\circ = 105^\circ$$

$\angle CKD$ и $\angle DKE$ – смежные углы, значит, по свойству смежных углов:

$$\angle DKE = 180^\circ - \angle CKD = 180^\circ - 105^\circ = 75^\circ$$

Изобразим линию, на которой лежат биссектрисы углов $\angle ACB$ и $\angle DCE$. Можно заметить, что треугольники ACB и DCE расположены симметрично относительно линии биссектрис углов $\angle ACB$ и $\angle DCE$.

Отметим на чертеже найденные нами градусные меры углов:



Есть две вершины, из которых выходит нечётное число отрезков. Значит, траекторию можно объехать, выехав из одной из них и финишировав в другой. Это вершины **K** и **D**.

Если робот стартует из другой вершины, то он не сможет выполнить условие объехать всю траекторию, проехав по каждому отрезку ровно по одному разу. Расчёты показывают, что минимальный угол поворота получается при старте из вершины **K**.

Посчитаем минимальный угол поворота робота:

$$2 \cdot (180^\circ - 45^\circ) + (180^\circ - 70^\circ) + 2 \cdot (45^\circ - 20^\circ) + (180^\circ - 35^\circ) = \\ = 2 \cdot 135^\circ + 110^\circ + 2 \cdot 25^\circ + 145^\circ = 270^\circ + 110^\circ + 50^\circ + 145^\circ = 575^\circ$$

Ответ: 575°.

№ 6

Рассмотрим, какого типа движения совершает робот. Их можно разделить на три типа: разворот на месте, разворот вокруг колеса, проезд прямо.

Движение 3) и 7) – это проезд вперёд (ось мотора **A** повернулась на 360°, ось мотора **B** повернулась на 360°).

Рассчитаем, какой длины прямолинейный отрезок проехал робот.

$$\frac{360^\circ}{360^\circ} \cdot 2 \cdot \pi \cdot 6 = 12 \cdot \pi = 37,68 \text{ (см)}$$

Движение 1) – это проезд вперёд (ось мотора **A** повернулась на 720°, ось мотора **B** повернулась на 720°).

Рассчитаем, какой длины прямолинейный отрезок проехал робот.

$$\frac{720^\circ}{360^\circ} \cdot 2 \cdot \pi \cdot 6 = 24 \cdot \pi = 75,36 \text{ (см)}$$

Движение 2) и 4) – это разворот на месте (ось мотора **A** повернулась на -180°, ось мотора **B** повернулась на 180°).

Рассчитаем угол поворота робота на месте:

$$\frac{180^\circ}{360^\circ} \cdot 2 \cdot \pi \cdot 6 = \frac{x}{360^\circ} \cdot 2 \cdot \pi \cdot 12 \\ x = \frac{180^\circ}{12} \cdot 6 = 90^\circ$$

То есть робот развернулся на месте на 90°, при этом колесо **A** движется назад, а колесо **B** движется вперёд.

Движение 6) – это разворот на месте (ось мотора *A* повернулась на 180° , ось мотора *B* повернулась на -180°).

Рассчитаем угол поворота робота на месте:

$$\frac{180^\circ}{360^\circ} \cdot 2 \cdot \pi \cdot 6 = \frac{x}{360^\circ} \cdot 2 \cdot \pi \cdot 12$$
$$x = \frac{180^\circ}{12} \cdot 6 = 90^\circ$$

То есть робот развернулся на месте на 90° , при этом колесо *A* движется вперёд, а колесо *B* движется назад.

Движение 5) – это поворот робота вокруг колеса (ось мотора *A* повернулась на 360° , а ось мотора *B* повернулась на 0° (колесо *B* было зафиксировано)).

Рассчитаем угол поворота робота вокруг колеса *A*:

$$\frac{360^\circ}{360^\circ} \cdot 2 \cdot \pi \cdot 6 = \frac{x}{360^\circ} \cdot 2 \cdot \pi \cdot 24$$
$$x = \frac{360^\circ}{24} \cdot 6 = 90^\circ$$

То есть робот повернулся вокруг колеса *A* на 90° .

Определим длину дуги, которую вычертил робот:

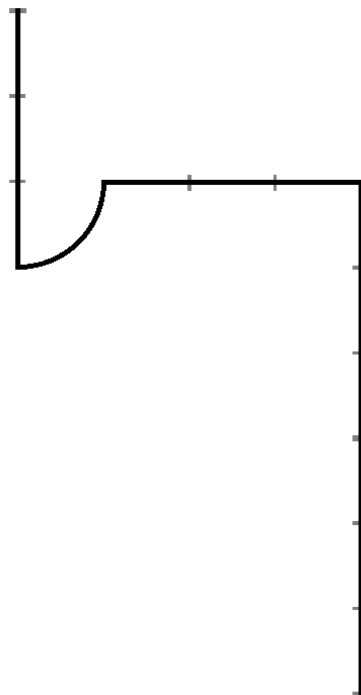
$$\frac{90^\circ}{360^\circ} \cdot 2 \cdot \pi \cdot 12 = 6 \cdot \pi = 18,84 \text{ (см)}$$

Тогда общая длина кривой, вычерченной роботом, будет равна:

$$37,68 \cdot 2 + 75,36 + 18,84 = 169,56 \approx 169,6 \text{ (см)}$$

Ответ:

А)



Б) 169,6 см.