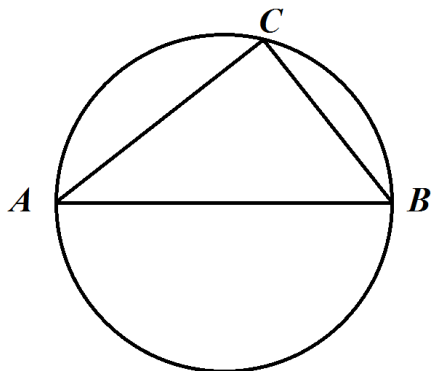


**МОСКОВСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
ПО РОБОТОТЕХНИКЕ
2021–2022 учебный год
Заочный этап
10–11 классы**

№ 1 (1 балл)

В окружность вписан треугольник ABC . Найдите длину окружности, если $\angle ACB = 90^\circ$, $AC = 1,6$ дм, $BC = 1,2$ дм. При расчётах примите $\pi \approx 3,14$. Ответ дайте в сантиметрах, округлив результат до целого числа.



Ответ: 63.

№ 2 (2 балла)

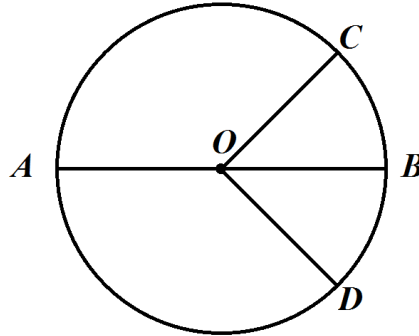
Катя, используя шестерёнки, собрала работающую одноступенчатую передачу. На ведущей оси, соединённой напрямую с мотором, находится шестерёнка с 33 зубьями, на ведомой оси – шестерёнка с 99 зубьями.

Катя написала программу, согласно которой ведущая ось делает 2 оборота в секунду. Определите, сколько оборотов в минуту будет делать ведомая ось.

Ответ: 40.

№ 3 (2 балла)

Дан круг с центром в точке O (см. *чертёж*). Из предложенных вариантов выберите **два** варианта, которые содержат верные формулы нахождения площади данного круга.



Чертёж

- А) $S = \pi \cdot OB$
- Б) $S = 2 \cdot \pi \cdot OD$
- В) $S = \pi \cdot AB \cdot OD$
- Г) $S = \pi \cdot (OB + OA)$
- Д) $S = 0,5 \cdot \pi \cdot OC \cdot OA$
- Е) $S = 0,5 \cdot \pi \cdot OC \cdot AB$
- Ж) $S = 0,5 \cdot \pi \cdot AB \cdot (OC + OA)$
- З) $S = 0,25 \cdot \pi \cdot (OC + OA) \cdot AB$
- И) $S = 0,25 \cdot \pi \cdot (OC + OD) \cdot (OA - OB)$
- К) $S = 0,25 \cdot \pi \cdot (OC + OD) \cdot (AB + OB)$

Ответ: Е, З.

№ 4 (2 балла)

Робот проехал первую половину трассы со скоростью 2 см/с, а вторую половину – со скоростью 5 дм/мин. На проезд всей трассы робот потратил 2 мин 33 с. Определите длину трассы. Ответ дайте в сантиметрах.

Ответ: 180.

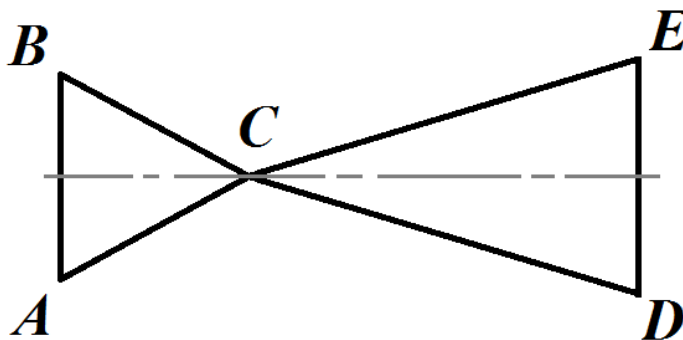
№ 5 (3 балла)

Робот начертил прямоугольный треугольник. Периметр прямоугольного треугольника равен 17 дм 6 см. Один из катетов на 7 см больше другого. Определите площадь прямоугольного треугольника, изображённого роботом. Ответ дайте в квадратных сантиметрах.

Ответ: 1320.

№ 6 (10 баллов)

Робот-чертёжник движется по ровной горизонтальной поверхности и наносит на неё изображение (см. *траекторию*) при помощи кисти, закреплённой посередине между колёс.



Траектория

Траектория представляет собой два треугольника ABC и CED . Известно, что, $AC = BC$, $CD = CE$, $\angle ACB = 60^\circ$, $\angle DCE = 40^\circ$. Фигура обладает осевой симметрией. Линию симметрии робот изображать **не должен**.

Робот оснащён двумя отдельно управляемыми колёсами, расстояние между центрами колёс (ширина колеи) составляет 21 см, диаметр колеса робота 7 см. Все повороты робот должен совершать на месте, вращая колёса с одинаковой скоростью в противоположных направлениях. Из-за крепления кисти робот не может ехать назад. Робот должен проехать по каждому отрезку траектории ровно по одному разу.

А) (4 балла) Укажите две вершины, из которых должен стартовать робот, чтобы суммарный угол поворота робота был минимален.

- **A**
- **B**
- **C**
- **D**
- **E**

Б) (6 баллов) Определите минимальный суммарный угол поворота робота, на который он должен повернуться при проезде по всей траектории. Ответ дайте в градусах.

Справочная информация

Под суммарным углом поворота понимается сумма величин углов поворотов, при этом направление поворотов робота не учитывается.

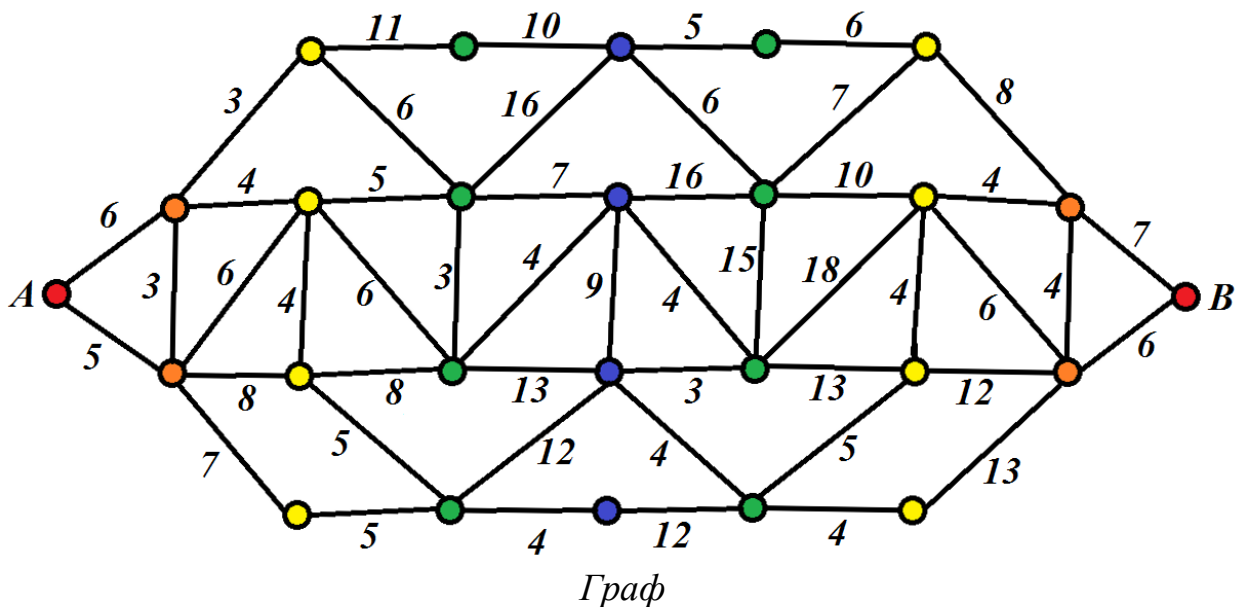
Ответ:

А) A, B ;

Б) 360.

№ 7 (10 баллов)

Даше надо проехать на машине из дома (точка A), до работы (точка B). Схема дорог, связывающих Дашин дом с местом её работы показана на графе (см. граф).



Рёбрами на графе показаны улицы с двусторонним движением. Числа на графе указывают время в минутах, которое Даша потратит на проезд по данному участку. Менять направление движения можно только на перекрёстках (в вершинах), обозначенных кругами. Какое наименьшее время в минутах потребуется Даше на то, чтобы добраться от дома до работы?

Ответ: 51.

№ 8 (10 баллов)

Робот оснащён двумя отдельно управляемыми колёсами. Левым колесом управляет мотор *A*, правым колесом управляет мотор *B*. Колёса напрямую подсоединены к моторам. На роботе установлен один датчик освещённости.

Саша написал программу, чтобы робот ехал по чёрной линии. Этот фрагмент кода отвечает за движение по чёрной линии:

```
k = 2;  
Eold = 0;  
while (true)  
{  
Ed = s1 - grey;  
u = k * (Ed - Eold);  
motor[motorA] = 50 - u;  
motor[motorB] = 50 + u;  
Eold = Ed;  
wait1msec(10);  
}
```

При калибровке на чёрном датчик робота показал 7, при калибровке на белом показал 84. В качестве значения границы серого Саша взял среднее арифметическое показаний датчика на чёрном и на белом. Мощность моторов может быть выражена целым числом в пределах от -100 до 100 . В случае, если на мотор подаётся не целое значение мощности, происходит отбрасывание дробной части.

Определите, какая мощность будет подана на моторы *A* и *B* при показаниях датчика *s1*, равных 40. Прощлое показание датчика было равно 35. В ответ запишите только числа.

Справочная информация

Дифференциальный закон выглядит следующим образом: $U = k(Ed - Eold)$

U – это управляющее воздействие – это то, что корректирует величину мощности моторов в данный момент времени.

k – это коэффициент усиления воздействия.

O – текущее показание датчика.

B – желаемое состояние – это граница серого. В качестве границы серого в данной задаче берут среднее арифметическое между показаниями датчика на белом и на чёрном.

Ed = O – B – отклонение от желаемого состояния.

Eold – отклонение в предыдущий момент времени.

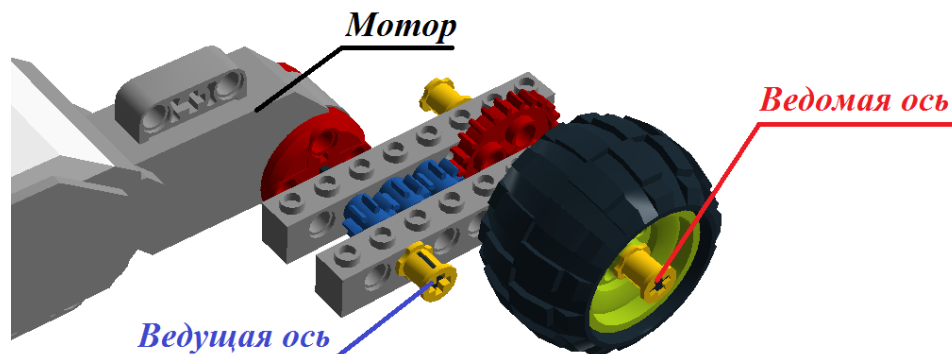
Ответ:

мощность мотора *A* (**5 баллов**): 40;

мощность мотора *B* (**5 баллов**): 60.

№ 9 (10 баллов)

Робот оснащён двумя отдельно управляемыми колёсами одинакового радиуса. Левым колесом управляет мотор **B**, правым колесом управляет мотор **C**. Ширина колеи (расстояние между центрами колёс) равна $D = 25$ см. Оба колеса подсоединены к моторам через зубчатую передачу (см. *зубчатую передачу*).



Зубчатая передача

Зубчатая передача состоит из четырёх шестерёнок. У меньших шестерёнок по 8 зубьев, у большей шестерёнки 24 зуба.

Робот проехал прямолинейный участок длиной $L = 1,6$ м за $t = 20$ секунд, при этом каждая из осей моторов совершала по $2w$ оборотов в минуту.

После этого робот развернулся вокруг колеса **C** на $\beta = 180^\circ$ (колесо **C** зафиксировано, колесо **B** вращается), при этом ось мотора **B** совершала по $w/2$ оборотов в минуту.

Определите время, за которое робот выполнит два указанных манёвра (проезд прямо и разворот). Ответ дайте в секундах, округлив результат до целого числа. При расчётах примите $\pi \approx 3,14$.

Чтобы получить более точный ответ, округление стоит производить только при получении финального ответа.

Ответ: 59.

№ 10 (10 баллов)

Робот стоит у основания наклонной плоскости и ударом сообщает покоившемуся на наклонной плоскости бруску массой 50 г скорость 2 м/с. После удара робот остаётся на месте. Брусок начинает скользить вдоль по наклонной плоскости вверх. Коэффициент трения бруска о наклонную плоскость равен $\mu = 0,2$. Угол между наклонной плоскостью и горизонтом равен 30° . Высота наклонной плоскости равна 1 м. При расчётах примите ускорение свободного падения равным $9,81 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$. Считайте, что масса робота гораздо больше массы бруска. В случае их столкновения считайте, что удар будет абсолютно неупругий.

Определите длину пути, который пройдёт брусок по наклонной плоскости до того, как окончательно остановится. Ответ дайте в сантиметрах, округлив результат до целого числа.

Считайте, что брусок до удара находился на наклонной плоскости, у её основания. Размерами бруска можно пренебречь.

Чтобы получить более точный ответ, округление стоит производить только при получении финального ответа.

Ответ: 61.

Критерии проверки

№ задания	Ответы	Баллы
1	Ответ: 63	Дан верный ответ в требуемых единицах измерения – 1 балл. 0 баллов в остальных случаях
2	Ответ: 40	Дан верный ответ в требуемых единицах измерения – 2 балла. 0 баллов в остальных случаях
3	Ответ: E, 3	По 1 баллу за каждый верный выбранный ответ, если выбраны один или два варианта ответа. 0 баллов в остальных случаях
4	Ответ: 180	Дан верный ответ в требуемых единицах измерения – 2 балла. 0 баллов в остальных случаях
5	Ответ: 1320	Дан верный ответ в требуемых единицах измерения – 3 балла. 0 баллов в остальных случаях
6 А	Ответ: <i>A, B</i>	По 2 балла за каждый верный выбранный ответ, если выбраны один или два варианта ответа. 0 баллов в остальных случаях
6 Б	Ответ: 360	Дан верный ответ в требуемых единицах измерения – 6 баллов. 0 баллов в остальных случаях
7	Ответ: 51	Дан верный ответ в требуемых единицах измерения – 10 баллов. 0 баллов в остальных случаях
8 А	Мощность мотора <i>A</i> : 40	Дан верный ответ в требуемых единицах измерения – 5 баллов. 0 баллов в остальных случаях
8 Б	Мощность мотора <i>B</i> : 60	Дан верный ответ в требуемых единицах измерения – 5 баллов. 0 баллов в остальных случаях
9	Ответ: 59	Дан верный ответ в требуемых единицах измерения – 10 баллов. 0 баллов в остальных случаях
10	Ответ: 61	Дан верный ответ в требуемых единицах измерения – 10 баллов. 0 баллов в остальных случаях

Максимум за работу 60 баллов.

Решения и ответы

№ 1

Решение

$$BC = 1,2 \text{ м} = 12 \text{ см.}$$

$$AC = 1,6 \text{ дм} = 16 \text{ см.}$$

Треугольник ABC является прямоугольным с прямым углом C . Посчитаем длину отрезка AB :

$$AB = \sqrt{AC^2 + BC^2} = \sqrt{16^2 + 12^2} = \sqrt{400} = 20 \text{ (см)}$$

Так как треугольник ABC вписан в окружность, можно показать, что AB – это диаметр окружности.

Длина окружности будет равна:

$$C = \pi \cdot AB = 3,14 \cdot 20 = 62,8 \approx 63 \text{ (см)}$$

Ответ: 63.

№ 2

Решение

Посчитаем количество оборотов в минуту, которое делает ведущая ось:

$$2 \cdot 60 = 120 \text{ (об. /мин.)}$$

Определим количество оборотов ведомой оси в минуту:

$$120 \cdot 33 : 99 = 40 \text{ (об. /мин.)}$$

Ответ: 40.

№ 3

Ответ: Е, 3.

№ 4

Решение

Переведём скорость робота на второй половине трассы в см/с:

$$5 \frac{\text{дм}}{\text{мин.}} = 5 \cdot \frac{10 \text{ см}}{60 \text{ с}} = \frac{5 \text{ см}}{6 \text{ с}}$$

Обозначим за X длину половины трассы:

$$\frac{X}{2} + \frac{X}{\frac{5}{6}} = 2 \cdot 60 + 33$$

$$1,7X = 153$$

$$X = 153 : 1,7$$

$$X = 90$$

Тогда длина всей трассы будет равна:

$$90 \cdot 2 = 180 \text{ (см)}$$

Ответ: 180.

№ 5

Решение

Пусть x см – это длина меньшего катета. Тогда длина второго катета равна $(x + 7)$ см. Гипотенузу мы определим с помощью теоремы Пифагора. Поскольку периметр прямоугольного треугольника равен 176 см, то составим уравнение:

$$x + (x + 7) + \sqrt{x^2 + (x + 7)^2} = 176$$

Решив данное уравнение, получим два корня:

$$x = 48 \text{ и } x = 297$$

Данное задание можно решить и вторым способом. Выразить гипотенузу из периметра, а затем составить уравнение с помощью теоремы Пифагора. Тогда уравнение примет вид:

$$x^2 + (x + 7)^2 = (176 - (x + x + 7))^2$$

Решив его, мы получим два корня:

$$x = 48 \text{ и } x = 297$$

Корень 297 не подходит, так как он больше чем 176, то есть одна сторона треугольника больше суммы трёх сторон треугольника, чего быть не может. Поэтому мы его отбросим.

Значит, меньший из катетов равен 48 см.

Тогда больший катет будет равен:

$$48 + 7 = 55 \text{ (см)}$$

Тогда площадь прямоугольного треугольника будет равна:

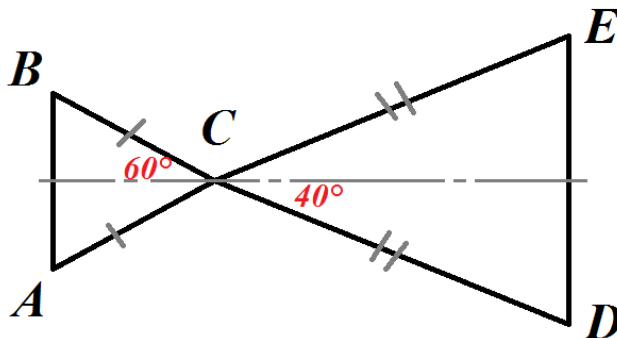
$$0,5 \cdot 48 \cdot 55 = 1320 \text{ (см}^2\text{)}$$

Ответ: 1320.

№ 6

Решение

Отметим на чертеже то, что нам известно:



Определим градусные величины оставшихся углов.

Так как $AC = BC$, то треугольник ABC – равнобедренный.

Значит, по свойству равнобедренного треугольника ABC , $\angle BAC = \angle ABC$.

Так как сумма углов треугольника равна 180° , то:

$$\begin{aligned}\angle BAC + \angle ABC + \angle ACB &= 180^\circ \\ 2\angle ABC &= 180^\circ - 60^\circ \\ \angle BAC = \angle ABC &= 60^\circ\end{aligned}$$

Так как $CE = CD$, то треугольник CED – равнобедренный.

Значит, по свойству равнобедренного треугольника CED , $\angle CED = \angle CDE$.

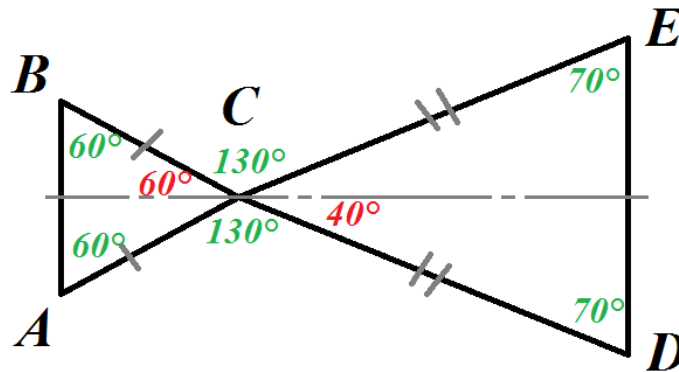
Так как сумма углов треугольника равна 180° , то:

$$\begin{aligned}\angle CED + \angle CDE + \angle DCE &= 180^\circ \\ 2\angle CED &= 180^\circ - 40^\circ \\ \angle CED = \angle CDE &= 70^\circ\end{aligned}$$

Так как фигура обладает осевой симметрией, то мы можем определить градусные меры углов $\angle BCE = \angle ACD$:

$$\angle BCE = \angle ACD = 180^\circ - (\angle ACB + \angle DCE) : 2 = 180^\circ - 50^\circ = 130^\circ$$

Отметим на чертеже найденные нами градусные меры углов:



Так как из всех вершин выходит чётное число отрезков, то для того, чтобы определить наиболее выгодные точки старта, нужно найти потенциальный наибольший угол поворота, который будет исключён в случае старта в данной вершине.

Наименьшая градусная мера углов поворота в вершине C рассчитывается отдельно:

$$60^\circ : 2 - 40^\circ : 2 = 30^\circ - 20^\circ = 10^\circ$$

Наибольший угол поворота находится в вершине угла с наименьшей градусной мерой. В нашем случае это вершины A и B .

Посчитаем минимальный угол поворота робота:

$$\begin{aligned}2 \cdot (180^\circ - 70^\circ) + (180^\circ - 60^\circ) + 2 \cdot (60^\circ - 40^\circ) : 2 &= \\ &= 2 \cdot 110^\circ + 120^\circ + 20^\circ = 360^\circ\end{aligned}$$

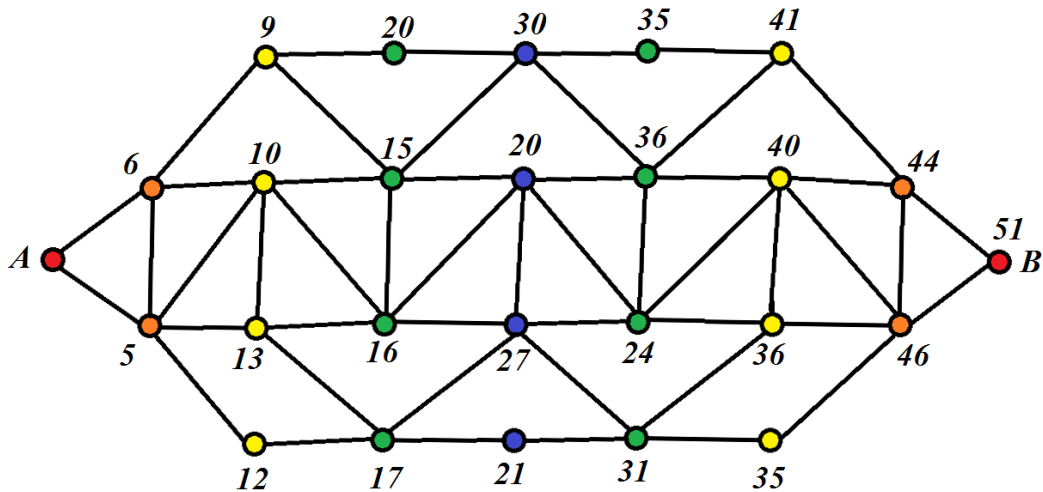
Ответ:

- А) A, B ;
- Б) 360.

№ 7

Решение

Рассмотрим представленный граф. Нам надо найти кратчайший путь из вершины *A* в вершину *B*. Говоря о «кратчайшем пути», следует учитывать, что может существовать более одного пути с кратчайшей длиной (в нашем случае – минимальным временем движения), и что нас устроит любой из них. Будем перемещаться по схеме слева направо, пометая каждую вершину числом, которое указывает минимальное время (кратчайшее расстояние) от текущей вершины до точки старта *A* (дома). Пройдя таким образом по всем вершинам графа и пометив все вершины, мы получим в качестве метки для вершины *B* минимальное время, которое нужно, чтобы добраться из вершины *A* в вершину *B*.



Таким образом, можно узнать, что Даша доедет от дома до работы за 51 минуту.

Ответ: 51.

№ 8

Решение

Проведём расчёты согласно представленной в задании части кода.

Определим границу серого:

$$(84 + 7) : 2 = 45,5$$

Рассчитаем отклонение от желаемого состояния:

$$Ed = s1 - grey = 40 - 45,5 = -5,5$$

Рассчитаем отклонение от желаемого состояния в предыдущий момент времени:

$$Eold = s1 - grey = 35 - 45,5 = -10,5$$

Рассчитаем управляющее воздействие:

$$u = k \cdot (Ed - Eold) = 2 \cdot (-5,5 - (-10,5)) = 10$$

Определим мощность, которая будет подаваться на моторы.

Мощность мотора **A**: $50 - 10 = 40$.

Мощность мотора **B**: $50 + 10 = 60$.

Так как обе величины мощности по модулю не превышают 100, полученные величины будут поданы на моторы без изменения.

Ответ:

мощность мотора **A**: 40;

мощность мотора **B**: 60.

№ 9

Решение

Так как во время заезда конструкция робота не менялась, факторы, влияющие на значение w , оставались одинаковыми на протяжении всего заезда.

Мы можем перевести значение w в обороты в секунды:

$$w_1 = \frac{w}{60}$$

Далее, можем учесть то, что колёса прикреплены через одноступенчатую понижающую передачу:

$$w_2 = \frac{8}{24} w_1 = \frac{w_1}{3} = \frac{w}{180}$$

Длина окружности колеса:

$$C = \frac{L}{2 \cdot w_2 \cdot t}$$

Колесо **B** преодолеет при повороте расстояние, равное

$$(w_2 : 2) \cdot C \cdot t_1 = \frac{w_2}{2} \cdot t_1 \cdot \frac{L}{2 \cdot w_2 \cdot t} = L \cdot \frac{t_1}{4t}$$

Как мы видим, переменная w_2 сократилась.

При этом робот повернётся на угол β . Значит, величина дуги, на которую повернулся робот, равна:

$$2\pi D \frac{\beta}{360^\circ}$$

Так как мы нашли одно и то же расстояние двумя способами, составим уравнение:

$$L \cdot \frac{t_1}{4t} = 2\pi D \frac{\beta}{360^\circ}$$
$$t_1 = \frac{2\pi D}{L} \cdot \frac{\beta}{360^\circ} \cdot 4t$$

$$t_1 = \frac{8\pi D}{L} \cdot \frac{\beta}{360^\circ} \cdot t$$

Тогда общее время будет равно:

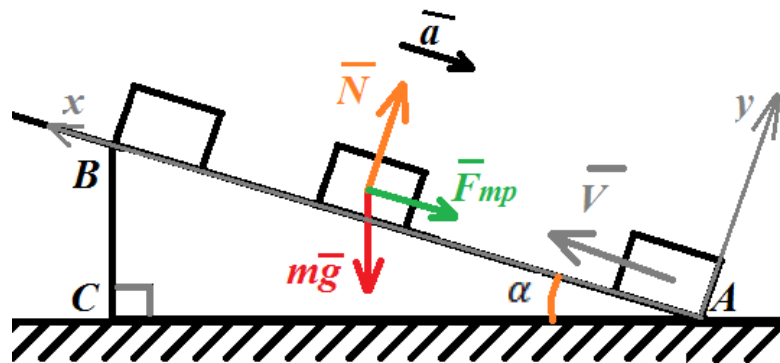
$$\begin{aligned} t + t_1 &= t + \frac{8\pi D}{L} \cdot \frac{\beta}{360^\circ} \cdot t = t \left(1 + \frac{8\pi D}{L} \cdot \frac{\beta}{360^\circ} \right) = \\ &= 20 \cdot \left(1 + \frac{8\pi \cdot 25}{160} \cdot \frac{180^\circ}{360^\circ} \right) = 20 \left(1 + \frac{5\pi}{8} \right) = 20 + 12,5\pi \approx \\ &\approx 20 + 12,5 \cdot 3,14 = 59,25 \approx 59 \text{ (с)} \end{aligned}$$

Ответ: 59.

№ 10

Решение

Составим рисунок, введя оси. Ось OY расположим перпендикулярно наклонной плоскости, ось OX расположив вдоль наклонной плоскости вверх. Начало отсчёта выберем в основании наклонной плоскости.



Запишем второй закон Ньютона в проекциях на введённые нами оси:

$$\vec{N} + m\vec{g} + \vec{F}_{\text{тр}} = m\vec{a}$$

На ось OX :

$$-mg \cdot \sin\alpha - F_{\text{тр}} = -ma$$

На ось OY :

$$N - mg \cdot \cos\alpha + 0 = 0$$

Тогда

$$N = mg \cdot \cos\alpha$$

Так как

$$F_{\text{тр}} = \mu N = \mu mg \cdot \cos\alpha,$$

соответственно,

$$\begin{aligned} ma &= mg \cdot \sin\alpha + F_{\text{тр}} = mg \cdot \sin\alpha + \mu mg \cdot \cos\alpha \\ a &= g \cdot (\sin\alpha + \mu \cdot \cos\alpha) \end{aligned}$$

Запишем закон изменения скорости:

$$v(t) = v_0 - at$$

Определим момент, в который скорость бруска станет равна 0:

$$0 = v_0 - at$$
$$t = \frac{v_0}{a} = \frac{v_0}{g \cdot (\sin\alpha + \mu \cdot \cos\alpha)}$$

Определим расстояние вдоль наклонной плоскости, на которое поднялся брусок:

$$x = x_0 + v_0 t - \frac{at^2}{2} = 0 + \frac{v_0^2}{a} - \frac{v_0^2}{2a} = \frac{v_0^2}{2a} =$$
$$= \frac{v_0^2}{2g \cdot (\sin\alpha + \mu \cdot \cos\alpha)}$$

Посчитаем, начнёт ли брусок скатываться обратно. Это произойдёт, если

$$mg \cdot \sin\alpha > F_{\text{тр}}$$
$$mg \cdot \sin\alpha > \mu mg \cdot \cos\alpha$$
$$\operatorname{tg}\alpha > \mu$$

Проверим для $\alpha = 30^\circ$:

$$\operatorname{tg}30^\circ > 0,2$$
$$\frac{1}{\sqrt{3}} > \frac{1}{5}$$

Значит, брусок после остановки поедет вниз.

Так как брусок гораздо легче робота и их столкновение будет абсолютно неупругим, то после столкновения с роботом брусок остановится.

Получается, брусок проедет по наклонной плоскости вверх и вниз одно и то же расстояние.

Тогда по наклонной плоскости робот проедет:

$$S = \frac{2v_0^2}{2g \cdot (\sin\alpha + \mu \cdot \cos\alpha)} = \frac{v_0^2}{g \cdot (\sin\alpha + \mu \cdot \cos\alpha)} =$$
$$= \frac{40}{9,81 \cdot \left(0,5 + 0,2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}\right)} = \frac{40}{9,81 \cdot (5 + \sqrt{3})} = 0,6056 \dots \text{ (м)}$$
$$0,6056 \dots \text{ м} = 60,56 \dots \text{ см} \approx 61 \text{ см}$$

Ответ: 61.