МОСКОВСКАЯ ПРЕДПРОФЕССИОНАЛЬНАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ МАТЕМАТИКА. ОТБОРОЧНЫЙ ЭТАП

11 КЛАСС

1 вариант

Задание 1

Решите уравнение:

$$\frac{\left(\sqrt{3}\right)^{2x}+5\cdot 3^{2-x}-14}{49-7^{x}}=0.$$

Задание 2

Имеет ли система $\begin{cases}\sin x+a=bx\\ \cos x=b\end{cases}$ хотя бы одно решение, если a и b такие, что первое уравнение системы имеет ровно два решения.

Задание 3

$SABC$ — правильная треугольная пирамида с вершиной S. Пусть сторона основания равна $\sqrt{3}$, а боковое ребро равно 2. Найдите косинус угла между ребром SC и высотой основания AA_1.

Задание 4

При каких значениях параметра a, система $\begin{cases}\sqrt{|y+3|}=1-\sqrt{5|x|}\\ 16a-9-6y=25x^2+y^2\end{cases}$ будет иметь ровно четыре решения?

Задание 5

В турнире играют m учеников школы №1 и d учащихся школы №2, причём каждый играет с каждым дважды. За победу начисляется одно очко, за ничью – половина, проигрыш очков не приносит.

1. Найти наибольшее количество очков, которое в сумме могли набрать школьники из второй школы, если $m = 3$, $d = 2$
2. Найти сумму набранных всеми участниками очков, если $m + d = 10$.

3. Определить все возможные значения d, если $m = 7d$ и известно, что в сумме ученики из первой школы набрали ровно в 3 раза больше очков, чем ученики из второй.

Задание 6

Дана последовательность чисел, в которой первый член $a_1 = 47$, а каждый последующий равен произведению a_1 и суммы цифр предыдущего члена.

1. Найти пятый член последовательности.
2. Найдите 50-й член последовательности.
3. Вычислите сумму первых пятидесяти членов этой последовательности.

МОСКОВСКАЯ ПРЕДПРОФЕССИОНАЛЬНАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ МАТЕМАТИКА. ОТБОРОЧНЫЙ ЭТАП

11 КЛАСС

2 вариант

Задание 1

Решите уравнение: $\frac{5^x}{2^{x-1}-5^x}=8-\frac{2^{x+1}}{5^x}$.

Задание 2

Имеет ли система $\begin{cases}\cos x = ax+b\\ \sin x + a = 0\end{cases}$ хотя бы одно решение, если a и b такие, что первое уравнение системы имеет ровно два решения.

Задание 3

$SABC$ — правильная треугольная пирамида с вершиной S. Пусть сторона основания равна $\sqrt{5}$, а боковое ребро равно 2. Найдите косинус угла между ребром SC и высотой основания AA_1.

Задание 4

Найти все значения параметра a, при которых система $\begin{cases}a\left(y^4+3\right)=x+3\left(1-|y|\right)\\ |x|+|y|=3\end{cases}$ имеет только одно решение.

Задание 5

В турнире играют m учеников школы №1 и d учащихся школы №2, причём каждый играет с каждым дважды. За победу начисляется одно очко, за ничью – половина, проигрыш очков не приносит.

1. Найти наибольшее количество очков, которое в сумме могли набрать школьники из второй школы, если $m = 2$, $d = 2$
2. Найти сумму набранных всеми участниками очков, если $m + d = 10$.

3. Определить все возможные значения d, если известно, что в сумме ученики из первой школы набрали ровно в 3 раза больше очков, чем ученики из второй.

Задание 6

Ряд цифр начинается с 1 9 7 5… Каждая последующая цифра задается последней цифрой суммы предыдущих четырех. Так, пятой цифрой будет 2 (1+9+7+5=22).

Встретится ли в этой последовательности:

1. набор цифр 1 2 3 4; 3 2 6 9;
2. вторично набор 1 9 7 5;
3. набор 8 1 9 7?