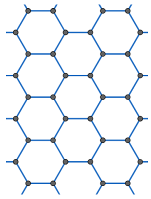
LXXXV Московская математическая олимпиада

20 марта 2022 года • 10 класс

**Задача 1**. Найдите наибольшее натуральное $n$, обладающее следующим свойством: для любого простого нечётного $p$, меньшего $n$, разность $n-p$ также является простым числом.

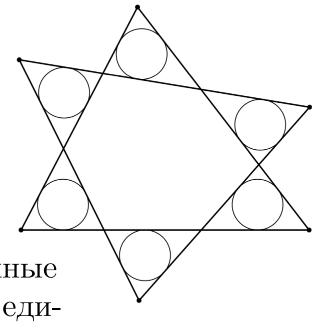
**Задача 2**. Точки $M$ и $N$ — середины сторон $AB$ и $AC$ треугольника $ABC$. Касательная $\ell$ к описанной окружности треугольника $ABC$ в точке $A$ пересекает прямую $BC$ в точке $K$. Докажите, что описанная окружность треугольника $MKN$ касается $\ell$.

**Задача 3**. Среди любых пяти узлов обычной клетчатой бумаги обязательно найдутся два, середина отрезка между которыми — тоже узел клетчатой бумаги. А какое минимальное количество узлов сетки из правильных шестиугольников необходимо взять, чтобы среди них обязательно нашлось два, середина отрезка между которыми — тоже узел этой сетки?



**Задача 4**. Дан многочлен степени 2022 с целыми коэффициентами и со старшим коэффициентом 1. Какое наибольшее число корней он может иметь на интервале $(0,1)$?

**Задача 5**. Два треугольника пересекаются по шестиугольнику, который отсекает от них 6 маленьких треугольников. Радиусы вписанных окружностей этих шести треугольников равны. Докажите, что радиусы вписанных окружностей двух исходных треугольников также равны.



**Задача 6**. Андрей Михайлович выписал на доску все возможные последовательности длины 2022, состоящие из 1011 нулей и 1011 единиц. Назовём две последовательности *совместимыми*, если они совпадают ровно в 4 позициях. Докажите, что Андрей Михайлович может разбить все последовательности на 20 групп так, чтобы никакие две совместимые последовательности не попали в одну группу.

XIX устная городская олимпиада по геометрии для 8–11 классов состоится 10 апреля. Подробности — на странице olympiads.mccme.ru/ustn/

Задачи, решения, информация о закрытии LXXXV Московской математической олимпиады — на сайте mccme.ru/mmo/