

**МОСКОВСКАЯ ПРЕДПРОФЕССИОНАЛЬНАЯ
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ**
Заключительный этап
Научно-технологический профиль
Междисциплинарные задачи

11 класс

I вариант

Задача 1. Саша и Женя, окончив полдник, решили завести свой собственный тропический сад. Для этого они решили прорастить, а затем посадить 3 косточки манго и 4 – авокадо. Вероятность того, что косточка авокадо вырастет в полноценное дерево, равна 0,2, в случае косточки манго она равна 0,5. С какой вероятностью в саду вырастет хотя бы три дерева?

Ответ: 0,4176.

Решение: Пусть M – число выросших манго, а A – число выросших авокадо. Вероятность того, что из n косточек вырастут k деревьев, если вероятность вырастания отдельной косточки равна p , составляет

$$C_n^k p^k (1-p)^{n-k}.$$

Зная это, можно построить таблицу вероятностей для количества выросших деревьев.

M	0	1	2	3
p_M	0,125	0,375	0,375	0,125

И для авокадо:

A	0	1	2	3	4
p_A	0,4096	0,4096	0,1536	0,0256	0,0016

Теперь мы можем записать таблицу вероятностей для суммы деревьев. Искомую вероятность прорастания трёх и более деревьев проще определить как 1 – вероятность прорастания двух и менее деревьев.

S	A	M	p
0	0	0	0,0512
1	0	1	0,1536
	1	0	0,0512
2	0	2	0,1536
	1	1	0,1536
	2	0	0,0192

Таким образом, вероятность того, что вырастет не более двух деревьев, равна 0,5824. То есть искомая вероятность вырастить сад из трех и более деревьев составляет 0,4176.

Правильно записана таблица вероятностей для манго – 10 баллов.

Правильно записана таблица вероятностей для авокадо – 10 баллов.

Правильно записана таблица вероятностей для обоих деревьев – 10 баллов.

**МОСКОВСКАЯ ПРЕДПРОФЕССИОНАЛЬНАЯ
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ**
Заключительный этап
Научно-технологический профиль
Междисциплинарные задачи

Найдена искомая вероятность – 20 баллов.

Задача 2. Круглая магнитная рамка находится в магнитном поле индукции $B = 5$ Тл, направленном вдоль силы тяжести, и может вращаться вокруг горизонтальной оси, проходящей через край рамки. Ток, текущий через рамку, $I = 2$ А. Масса единицы длины рамки $\rho = 7$ кг/м. На какой максимальный угол может отклониться рамка?

Ответ: $tg(\alpha) = IB/2g\rho = 0,073$.

Решение: Для решения задачи нужно приравнять моменты силы тяжести и силы Ампера.

$$M_G = rgm \sin(\alpha) = ISB \cos(\alpha)$$

$$tg(\alpha) = \frac{IB\pi r^2}{2\pi r^2 g\rho} = \frac{IB}{2g\rho}$$

Записан момент силы тяжести – 5 баллов.

Записан момент силы Ампера – 5 баллов.

Найден искомый угол – 10 баллов.

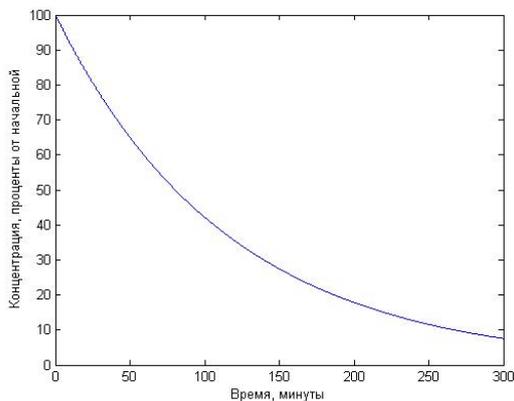
Задача 3. Белок гемоглобин (Hb) вносит основной вклад в транспорт кислорода в человеческом организме. Связывая кислород в лёгких, он переносит их в другие органы и ткани. При этом с гемоглобином могут связываться и другие молекулы, тем самым ограничивая транспорт кислорода. Одним из таких соединений является угарный газ (CO), отравление которым может возникнуть, например, в ходе пожара. Образующий при их соединении карбоксигемоглобин (HbCO) является весьма прочным соединением.

Одна из мер лечения при отравлении угарным газом – вентиляция лёгких чистым кислородом. Известно, что при проведении этой процедуры концентрация HbCO экспоненциально падает вдвое за 80 минут. Запишите уравнение, связывающее концентрацию в момент времени t с начальной концентрацией C_0 . Постройте график этой зависимости. Во сколько раз упадет концентрация HbCO за 60 минут?

Ответ: $C_t = C_0 e^{-0.0086t}$. Концентрация упадет в 1,68 раза.

Решение: Из условия мы знаем, что C_t , концентрация в момент времени t , связана с начальной концентрацией C_0 как $C_t = C_0 e^{-kt} = C_0 e^{-\ln 2 \frac{t}{\tau}}$, где $\tau = 80$ минут. График функции приведен на рисунке ниже.

**МОСКОВСКАЯ ПРЕДПРОФЕССИОНАЛЬНАЯ
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
Заключительный этап
Научно-технологический профиль
Междисциплинарные задачи**



В соответствии с записанным уравнением $C_{60} = C_0 e^{-\ln\left(\frac{1}{2}\right)\frac{60}{80}} = 0,58C_0$. Искомая величина отношения концентраций тогда равна $1/0,58 = 1,68$.

Записано уравнение – 10 баллов.

Построен график – 10 баллов. В качестве правильного ответа принимается схематическое изображение с указанием на двукратное изменение концентрации за указанный период.

Найдено изменение концентрации – 10 баллов.

**МОСКОВСКАЯ ПРЕДПРОФЕССИОНАЛЬНАЯ
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ**
Заключительный этап
Научно-технологический профиль
Междисциплинарные задачи

11 класс

II вариант

Задача 1. Саша и Женя на каникулах увлеклись рыбалкой. До конца недели они запланировали 2 похода на озеро и 4 похода на реку. Вероятность поймать что-то на реке составляет 0,2, а на озере – 0,5. С какой вероятностью хотя бы три рыбки будут успешными?

Ответ: 0,4176.

Решение: Пусть P – число успешных рыбалок на реке, а O – число успешных рыбалок на озере. Вероятность того, что из n походов k будут успешны, если вероятность отдельной успешной рыбалки равна p , составляет

$$C_n^k p^k (1 - p)^{n-k}.$$

Зная это, можно построить таблицу вероятностей для количества успешных рыбалок на озере.

O	0	1	2	3
P_O	0,125	0,375	0,375	0,125

И на речке:

P	0	1	2	3	4
P_P	0,4096	0,4096	0,1536	0,0256	0,0016

Теперь мы можем записать таблицу вероятностей для количества успешных рыбалок S .

S	P	O	p
0	0	0	0,0512
1	0	1	0,1536
	1	0	0,0512
2	0	2	0,1536
	1	1	0,1536
	2	0	0,0192

Таким образом, вероятность того, что не более двух рыбалок будут успешны, равна 0,5824. То есть искомая вероятность как минимум трех успешных рыбалок составляет 0,4176.

Правильно записана таблица вероятностей для реки – 10 баллов.

Правильно записана таблица вероятностей для озера – 10 баллов.

Правильно записана таблица вероятностей для обоих типов рыбалки – 10 баллов.

Найдена искомая вероятность – 20 баллов.

**МОСКОВСКАЯ ПРЕДПРОФЕССИОНАЛЬНАЯ
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ**
Заключительный этап
Научно-технологический профиль
Междисциплинарные задачи

Задача 2. Круглая магнитная рамка находится в магнитном поле индукции $B = 11$ Тл, направленном вдоль силы тяжести, и может вращаться вокруг горизонтальной оси, проходящей через край рамки. Ток, текущий через рамку, $I = 500$ мА. Масса единицы длины рамки $\rho = 9$ кг/м. На какой максимальный угол может отклониться рамка?

Ответ: $\operatorname{tg}(\alpha) = IB/2g\rho = 0,031$.

Решение: Для решения задачи нужно приравнять моменты силы тяжести и силы Ампера.

$$M_G = rgm \sin(\alpha) = ISB \cos(\alpha)$$

$$\operatorname{tg}(\alpha) = \frac{IB\pi r^2}{2\pi r^2 g\rho} = \frac{IB}{2g\rho}$$

Записан момент силы тяжести – 5 баллов.

Записан момент силы Ампера – 5 баллов.

Найден искомый угол – 10 баллов.

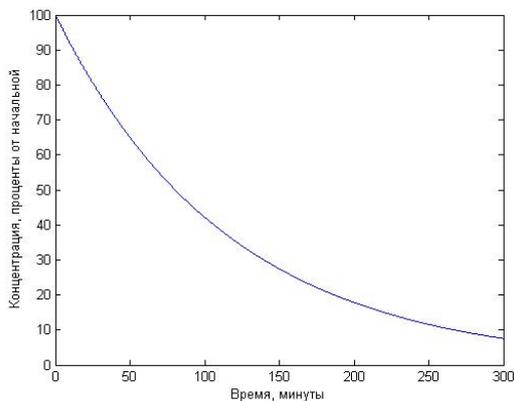
Задача 3. Белок гемоглобин (Hb) вносит основной вклад в транспорт кислорода в человеческом организме. Связывая кислород в лёгких, он переносит их в другие органы и ткани. При этом с гемоглобином могут связываться и другие молекулы, тем самым ограничивая транспорт кислорода. Одним из таких соединений является угарный газ (CO), отравление которым может возникнуть, например, в ходе пожара. Образуемый при их соединении карбоксигемоглобин (HbCO) является весьма прочным соединением.

Одна из мер лечения при отравлении угарным газом – вентиляция лёгких чистым кислородом. Известно, что при проведении этой процедуры концентрация HbCO экспоненциально падает вдвое за 80 минут. Запишите уравнение, связывающее концентрацию в момент времени t с начальной концентрацией C_0 . Постройте график этой зависимости. Во сколько раз упадет концентрация HbCO за 120 минут?

Ответ: $C_t = C_0 e^{-0.0086t}$. Концентрация упадет в 2,83 раза.

Решение: Из условия мы знаем, что C_t , концентрация в момент времени t , связана с начальной концентрацией C_0 как $C_t = C_0 e^{-kt} = C_0 e^{-\ln 2 \frac{t}{\tau}}$, где $\tau = 80$ минут. График функции приведен на рисунке ниже.

**МОСКОВСКАЯ ПРЕДПРОФЕССИОНАЛЬНАЯ
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ**
Заключительный этап
Научно-технологический профиль
Междисциплинарные задачи



В соответствии с записанным уравнением $C_{60} = C_0 e^{-\ln\left(\frac{1}{2}\right)\frac{120}{80}} = 0,35C_0$. Искомая величина отношения концентраций тогда равна $1/0,35 = 2,83$.

Записано уравнение – 10 баллов.

Построен график – 10 баллов. В качестве правильного ответа принимается схематическое изображение с указанием на двукратное изменение концентрации за указанный период.

Найдено изменение концентрации – 10 баллов.