

**МОСКОВСКАЯ ПРЕДПРОФЕССИОНАЛЬНАЯ  
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ**

**Заключительный этап  
Инженерно-конструкторский профиль  
Междисциплинарные задачи**

**11 класс. Решение**

Задача 1

Вариант 1

- 1) Ошибка в схеме, соединение красного светодиода.
- 2) В коде нумерация пинов LCD, надо заменить на lcd(8,9,10,11,12,13)
- 3) delayMicroseconds(2); digitalWrite(trig, **HIGH**);
- 4) Ошибка нумерация пинов #define trig 5, #define echo 6.
- 5) ??? Кривое отображения числа на LCD экране (происходит сдвиг, можно убрать пробел, например. Или сдвинуть курсор корректно).

Вариант 2

- 1) В коде перевод расстояния надо делить на 58,2
- 2) pinMode(echo, INPUT);
- 3) Схема подключения LCD, третий слева провод (второй красный) подключить на шину с минусом.
- 4) ??? Кривое отображения числа на LCD экране (происходит сдвиг, можно убрать пробел, например. Или сдвинуть курсор корректно).
- 5) к одному из светодиодов подключено очень высокое сопротивление - он не будет гореть

(каждая верно найденная и исправленная ошибка – 4 балла)

№	Что выполнено	Балл 0-20
1	Каждая найденная и исправленная ошибка	4
	<b>Итого:</b>	<b>20</b>

Задача 2

Вариант 1

**Краткое решение:**

$$R_{\text{экв1}} = 2 * R_{\text{экв12}} + \frac{2 * 2}{2 + 2} R_{\text{экв3}} = 2 * 2 + 2 = 6 \text{ Ом}$$

МОСКОВСКАЯ ПРЕДПРОФЕССИОНАЛЬНАЯ  
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

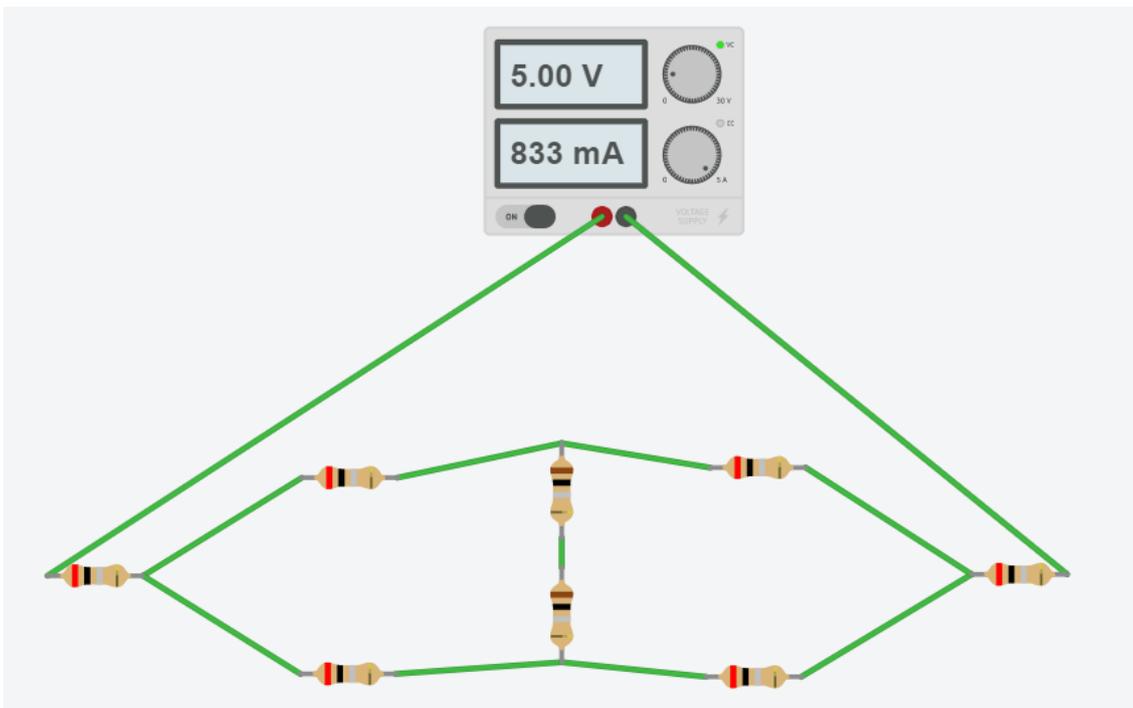
Заключительный этап

Инженерно-конструкторский профиль

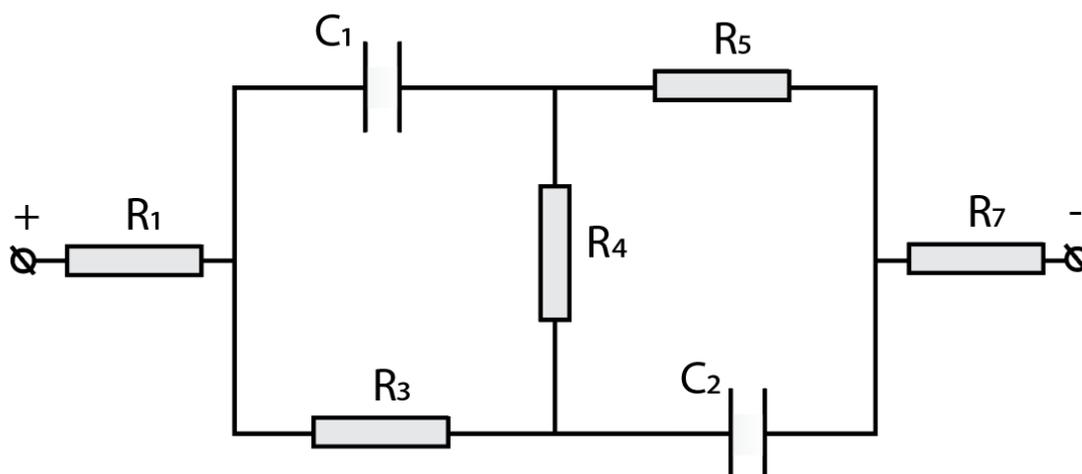
Междисциплинарные задачи

Даже после замыкания ключа ток через резисторы ( $R_4$ ) в силу симметрии схемы не пойдет (или можно доказать равенство потенциалов точек пересечения резистора с внешней цепью)

$$R_{\text{ЭКВ2}} = R_{\text{ЭКВ1}} = 3R = 6 \text{ Ом}$$



Если добавить конденсаторы, получим следующую схему.



Когда конденсаторы зарядятся через них ток идти не будет, поэтому

$$U = I(R_1 + R_3 + R_4 + R_5 + R_7) = 5IR;$$

**МОСКОВСКАЯ ПРЕДПРОФЕССИОНАЛЬНАЯ  
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ**  
**Заключительный этап**  
**Инженерно-конструкторский профиль**  
**Междисциплинарные задачи**

---

$$I = \frac{U}{5R}$$

Чтобы найти заряды рассмотрим контур, содержащий  $R_3$  и  $R_4$ :

$$\frac{q_1}{C_1} = I(R_3 + R_4)$$

$$q_1 = 2IRC_1 = \frac{2C_1U}{5} = 4 \text{ мкКл}$$

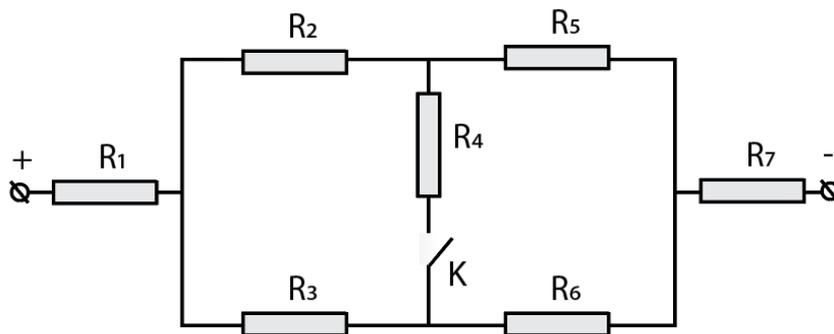
Аналогично

$$q_2 = 2IRC_2 = \frac{2C_2U}{5} = 8 \text{ мкКл}$$

**Ответ:** 6 (Ом), 6 (Ом), 4 и 8 ( $\cdot 10^{-6}$  Кл)

Вариант2

**Краткое решение:**

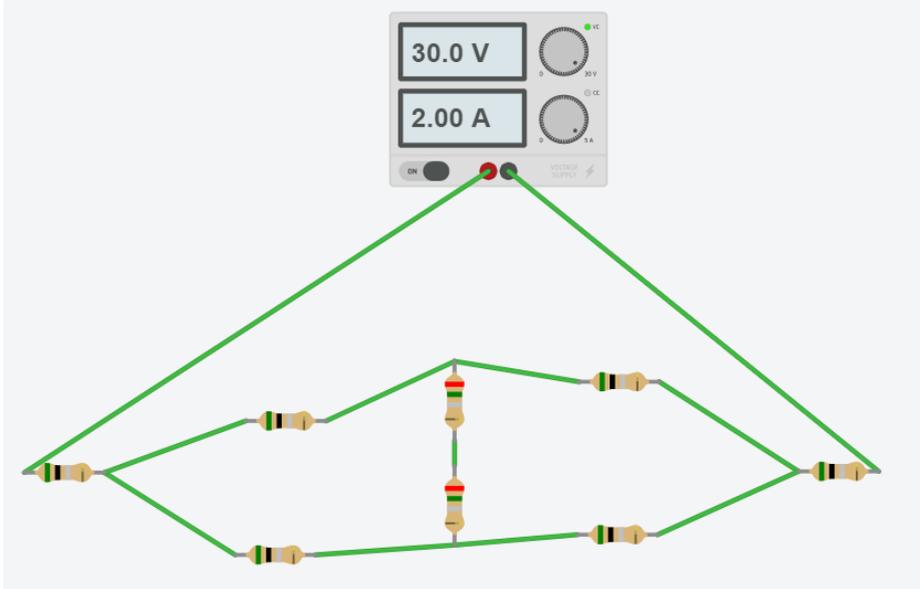


$$R_{\text{экв1}} = 2 * R_{\text{экв12}} + \frac{2 * 2}{2 + 2} R_{\text{экв3}} = 5 * 2 + 5 = 15 \text{ Ом}$$

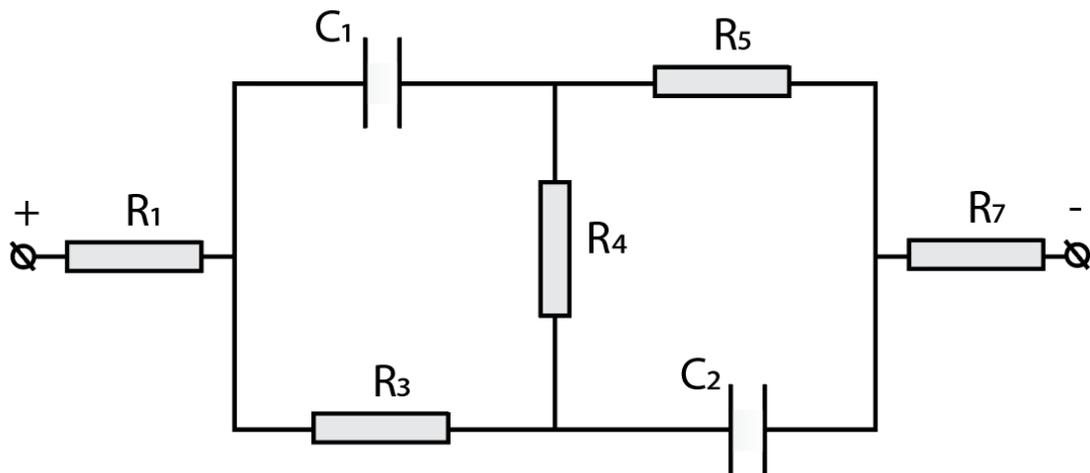
Даже после замыкания ключа ток через центральные резисторы ( $R_4$ ) в силу симметрии схемы не пойдет (или можно доказать равенство потенциалов точек пересечения резистора с внешней цепью)

$$R_{\text{экв2}} = R_{\text{экв1}} = 3R = 15 \text{ Ом}$$

**МОСКОВСКАЯ ПРЕДПРОФЕССИОНАЛЬНАЯ  
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ**  
**Заключительный этап**  
**Инженерно-конструкторский профиль**  
**Междисциплинарные задачи**



Если добавить конденсаторы, получим следующую схему.



Когда конденсаторы зарядятся через них ток идти не будет, поэтому

$$U = I(R_1 + R_3 + R_4 + R_5 + R_7) = 5IR;$$

$$I = \frac{U}{5R}$$

Чтобы найти заряды рассмотрим контур, содержащий  $R_3$  и  $R_4$ :

$$\frac{q_1}{C_1} = I(R_3 + R_4)$$

$$q_1 = 2IRC_1 = \frac{2C_1U}{5} = 120 \text{ мкКл}$$

**МОСКОВСКАЯ ПРЕДПРОФЕССИОНАЛЬНАЯ  
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ**  
Заключительный этап  
**Инженерно-конструкторский профиль**  
**Междисциплинарные задачи**

---

Аналогично

$$q_2 = 2IRC_2 = \frac{2C_2U}{5} = 60 \text{ мкКл}$$

**Ответ:** 15 (Ом), 15 (Ом) 120 и 60 ( $\cdot 10^{-6}$  Кл)

**Критерии оценки за задачу для 11 класса**

	Что выполнено	Балл 0-30
	Найдено $R_{\text{ЭКВ1}}$	8
	Найдено $R_{\text{ЭКВ2}}$	8
	Найден $q_1$	6
	Найден $q_2$	6
	<b>Итого:</b>	<b>30</b>

Задача 3

Вариант1

1. Находим площадь области на плоскости, которую очерчивает робот в соответствии с заданной программой.

Добавим координаты точки пересечения линий  $AB$  и  $CD$ . Её можно найти визуально по координатной сетке:  $O(4;4)$

	$x$	$y$
A	0	0
B	8	8
C	7	1
D	1	7
O	4	4

**МОСКОВСКАЯ ПРЕДПРОФЕССИОНАЛЬНАЯ  
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ**  
Заключительный этап  
**Инженерно-конструкторский профиль**  
**Междисциплинарные задачи**

---

Для решения поставленной задачи воспользуемся формулой определения площади треугольника по его координатам на примере треугольника  $\Delta ADO$ :

$$S_{\Delta ADO} = \frac{1}{2} |(x_D - x_A)(y_O - y_A) - (x_O - x_A)(y_D - y_A)|$$

Подставим координаты точек:

$$S_{\Delta ADO} = \frac{1}{2} |(1-0)(4-0) - (4-0)(7-0)| = \frac{1}{2} |4 - 28| = 12 \text{ м}^2$$

Треугольники являются равными, поэтому общую площадь можно найти как:

$$S_{\Sigma} = 2S_{\Delta ADO} = 2 \cdot 12 = 24 \text{ м}^2$$

**Ответ:** площадь области на плоскости, которую очерчивает робот в соответствии с заданной программой:  $S_{\Sigma} = 24 \text{ м}^2$

**За верное решение 10 баллов**

2. Максимальное ускорение определяется через силу трения колес. Превышения значения силы трения приводит к трению скольжения, следовательно, к пробуксовке колес. Рассмотрим силы, действующие на мобильный колёсный робот и запишем:

$$m \cdot a_{\max} = F_{TP}$$

Сила трения определяется в свою очередь через силу нормальной реакции опоры и коэффициент трения:

$$F_{TP} = \mu \cdot m \cdot g$$

Таким образом получаем, что:

$$a_{\max} = \mu \cdot g,$$

где:  $\mu = 0,21$  — коэффициент трения из условий задачи;

$$g = 9,81 \frac{\text{м}}{\text{с}^2} \text{ — ускорение свободного падения.}$$

Подставляя значения получаем, что ускорение торможения равно:

$$a_{\max} = 0,21 \cdot 9,81 = 2,06 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$$

**МОСКОВСКАЯ ПРЕДПРОФЕССИОНАЛЬНАЯ  
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ**  
**Заключительный этап**  
**Инженерно-конструкторский профиль**  
**Междисциплинарные задачи**

---

Для определения максимального ускорения разгона необходимо обратить внимание на мощность двигателей и определить силу тяги, зная радиус колеса.

$$m \cdot a_{\max} = F_{\text{Тяг}}$$

Сила тяги в свою очередь определяется как:

$$F_{\text{Тяг}} = \frac{2 \cdot M}{r}$$

Итоговое выражение:

$$a_{\max} = \frac{2 \cdot M}{m \cdot r}$$

Подставляя численные значения, получаем:

$$a_{\max} = \frac{2 \cdot 2 \cdot 10^{-3}}{1,3 \cdot 20 \cdot 10^{-3}} = 0,15 \frac{\text{М}}{\text{с}^2}$$

Учитывая, что ускорение разгона не превышает ускорения торможения, то можно сделать вывод, что при старте не будет пробуксовки колёс. Таким образом получаем два значения ускорений в качестве ответа.

**Ответ: максимально возможные ускорения разгона и торможения робота**

**без пробуксовки колёс соответственно составляют и**  $a_{\max} = 0,15 \frac{\text{М}}{\text{с}^2}$

$$a_{\max} = 2,06 \frac{\text{М}}{\text{с}^2}$$

**За верное решение 10 баллов**

3. Полный путь движения по контуру определяется через удвоенное значения периметра треугольника:

$$S_{\text{ПОЛН}} = 2P_{\Delta ADO} = 2 \cdot (AD + DO + AO)$$

$$AD = \sqrt{(x_D - x_A)^2 + (y_D - y_A)^2}$$

$$DO = \sqrt{(x_D - x_O)^2 + (y_D - y_O)^2}$$

$$AO = \sqrt{(x_O - x_A)^2 + (y_O - y_A)^2}$$

$$S_{\text{ПОЛН}} = 2 \cdot (\sqrt{(x_D - x_A)^2 + (y_D - y_A)^2} + \sqrt{(x_D - x_O)^2 + (y_D - y_O)^2} + \sqrt{(x_O - x_A)^2 + (y_O - y_A)^2})$$

**МОСКОВСКАЯ ПРЕДПРОФЕССИОНАЛЬНАЯ  
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ**

**Заключительный этап**

**Инженерно-конструкторский профиль**

**Междисциплинарные задачи**

	$x$	$y$
A	0	0
D	1	7
O	4	4

Зная координаты, подставим их итоговое выражение:

$$S_{\text{ПОЛН}} = 2 \cdot (\sqrt{(1-0)^2 + (7-0)^2} + \sqrt{(1-4)^2 + (7-4)^2} + \sqrt{(4-0)^2 + (4-0)^2})$$

$$S_{\text{ПОЛН}} = 2 \cdot (\sqrt{1+49} + \sqrt{9+9} + \sqrt{16+16})$$

$$S_{\text{ПОЛН}} = 2 \cdot (5\sqrt{2} + 3\sqrt{2} + 4\sqrt{2}) = 24\sqrt{2} = 33.81 = 34$$

**Ответ:** полный путь движения по контуру составляет  $\delta_{\text{ПОЛН}} = 24\sqrt{2}$

или  $S_{\text{ПОЛН}} = 33.81$  или  $S_{\text{ПОЛН}} = 34$ .

**За верное решение 10 баллов.**

4. Минимальное возможное время прохождения учитывает максимальное ускорение разгона и торможения.

Зная  $\omega_{\text{max}}$  вычислим максимальную скорость, которую робот развивает по прямой:

$$v_{\text{max}} = 0.23 \frac{M}{c}$$

$$t_{\text{пов}} = 2 \cdot 4 = 8$$

$$t_{\text{разгон}} = 2 \cdot 1,5 = 6$$

$$t_{\Sigma} = 160$$

Временем торможения можно пренебречь.

Ответ: Минимальное время: 2 мин 40 секунд.

За верное решение 10 баллов.

5. Значение энкодера получаем через количество оборотов колеса:

$$N_{\text{WHEEL}} = \frac{S_{\text{ПОЛН}}}{S_{\text{WHEEL}}} = \frac{S_{\text{ПОЛН}}}{2 \cdot \pi \cdot r}$$

Подставим значения:

**МОСКОВСКАЯ ПРЕДПРОФЕССИОНАЛЬНАЯ  
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ**  
**Заключительный этап**  
**Инженерно-конструкторский профиль**  
**Междисциплинарные задачи**

---

$$N_{WHEEL} = \frac{34}{2 \cdot 3,14 \cdot 20 \cdot 10^{-3}} = 270,7$$

применяем округление в меньшую сторону, поскольку нам необходимо получить количество полных оборотов:

$$N_{WHEEL} = 270_{10} \rightarrow 100001110_2$$

Зная предыдущее значение энкодера  $B$  получим значение энкодера:

$$A = N_{WHEEL} + B = 100001110_2 + 10111101_2 = 111001011_2$$

Учитывая разрядность энкодера получаем:

$$A = 11001011_2 \rightarrow 203_{10}$$

**Ответ:**  $A = 11001011_2 \rightarrow 203_{10}$

**За верное решение 10 баллов**

**Критерий оценки: 10 баллов за каждый верный ответ на 1 из 5 вопросов.**

**Итоговая максимальная оценка: 50 баллов.**

### Вариант 2

1. Площадь фигуры легко считается, если ее забить на прямоугольник и три треугольника.

$$S_{\Sigma} = 60 + 7 + 5 + 3 = 75 \text{ }^2$$

**Ответ:**  $S_{\text{ПОЛН}} = 75 \text{ }^2$ .

**За верное решение 10 баллов.**

2. Максимальное ускорение определяется через силу трения колес. Превышения значения силы трения приводит к трению скольжения, следовательно, к пробуксовке колес. Рассмотрим силы, действующие на мобильный колёсный робот и запишем:

$$m \cdot a_{\max} = F_{TP}$$

Сила трения определяется в свою очередь через силу нормальной реакции опоры и коэффициент трения:

$$F_{TP} = \mu \cdot m \cdot g$$

Таким образом получаем, что:

$$a_{\max} = \mu \cdot g,$$

где:  $\mu = 0,14$  — коэффициент трения из условий задачи;

$$g = 9,81 \frac{\text{м}}{\text{с}^2} \text{ — ускорение свободного падения.}$$

**МОСКОВСКАЯ ПРЕДПРОФЕССИОНАЛЬНАЯ  
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ**  
**Заключительный этап**  
**Инженерно-конструкторский профиль**  
**Междисциплинарные задачи**

---

Подставляя значения получаем, что ускорение торможения равно:

$$a_{\max} = 0,14 \cdot 9,81 = 1,37 \frac{M}{c^2}$$

Для определения максимального ускорения разгона необходимо обратить внимание на мощность двигателей и определить силу тяги, зная радиус колеса.

$$m \cdot a_{\max} = F_{\text{Тяг}}$$

Сила тяги в свою очередь определяется как:

$$F_{\text{Тяг}} = \frac{2 \cdot M}{r}$$

Итоговое выражение:

$$a_{\max} = \frac{2 \cdot M}{m \cdot r}$$

Подставляя численные значения, получаем ускорение разгона:

$$a_{\max} = \frac{2 \cdot 50 \cdot 10^{-3}}{1,7 \cdot 25 \cdot 10^{-3}} = 2,35 \frac{M}{c^2}$$

Учитывая, что ускорение разгона превышает ускорения торможения, то можно сделать вывод, что при старте будет пробуксовка колёс. Таким образом получаем что ускорение

$$a_{\max} = 1,37 \frac{M}{c^2}$$

торможения и разгона равны и составляют:

**Ответ: максимально возможные ускорения разгона и торможения робота без**

$$a_{\max} = 1,37 \frac{M}{c^2}$$

**пробуксовки колёс соответственно составляют**

**За верное решение 10 баллов.**

3. Определим полный путь .  
Координаты точек фигуры

	$x$	$y$
A	0	0
B	2	7
C	12	6
D	13	0

Тогда полный путь определяется следующим образом:

МОСКОВСКАЯ ПРЕДПРОФЕССИОНАЛЬНАЯ  
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

Заключительный этап

Инженерно-конструкторский профиль

Междисциплинарные задачи

$$S_{\text{ПОЛН}} = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2} + \sqrt{(x_C - x_B)^2 + (y_C - y_B)^2} + \\ + \sqrt{(x_D - x_C)^2 + (y_D - y_C)^2} + \sqrt{(x_A - x_D)^2 + (y_A - y_D)^2} \\ S_{\text{ПОЛН}} = \sqrt{(2-0)^2 + (7-0)^2} + \sqrt{(12-2)^2 + (6-7)^2} + \\ + \sqrt{(13-12)^2 + (0-6)^2} + \sqrt{(0-13)^2 + (0-0)^2}$$

Аналогично пункту 1 используя разбиение фигуры на треугольники ответ можно получить через их гипотенузы.

$$S_{\text{ПОЛН}} = 36,7$$

Зная  $\omega_{\text{max}}$  вычислим максимальную скорость, которую робот развивает по прямой:

$$v_{\text{max}} = 0,28 \frac{M}{c}$$

$$t_{\text{нов}} = 2 \cdot 4 = 8$$

$$t_{\text{разгон}} = 4 \cdot 0,2 = 0,8$$

$$t_{\Sigma} = 139$$

Ответ: Минимальное время: 2 мин 19 секунд.

За верное решение 10 баллов.

4. Определить среднюю скорость

$$v_{\text{cp}} = \frac{S_{\Sigma}}{t_{\Sigma}} = 0,26 \text{ —}$$

Ответ:

За верное решение 10 баллов.

5. Значение энкодера получаем через количество оборотов колеса:

$$N_{\text{WHEEL}} = \frac{S_{\text{ПОЛН}}}{S_{\text{WHEEL}}} = \frac{S_{\text{ПОЛН}}}{2 \cdot \pi \cdot r}$$

Подставим значения:

$$N_{\text{WHEEL}} = \frac{26,3}{2 \cdot 3,14 \cdot 25 \cdot 10^{-3}} = 167,5$$

применяем округление в меньшую сторону, поскольку нам необходимо получить количество полных оборотов:

$$N_{\text{WHEEL}} = 167_{10} \rightarrow 10100111_2$$

Зная предыдущее значение энкодера  $B$  получим значение энкодера:

**МОСКОВСКАЯ ПРЕДПРОФЕССИОНАЛЬНАЯ  
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ**  
Заключительный этап  
**Инженерно-конструкторский профиль**  
**Междисциплинарные задачи**

---

$$A = N_{WHEEL} + B = 10100111_2 + 10111111_2 = 101100110_2$$

Учитывая разрядность энкодера получаем:

$$A = 01100110_2 \rightarrow 166_{10}$$

**Ответ:**  $A = 01100110_2 \rightarrow 166_{10}$

**За верное решение 10 баллов**

**МОСКОВСКАЯ ПРЕДПРОФЕССИОНАЛЬНАЯ  
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ  
Заключительный этап  
Инженерно-конструкторский профиль  
Междисциплинарные задачи**

---