

МОСКОВСКАЯ ПРЕДПРОФЕССИОНАЛЬНАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

Заключительный этап Аэрокосмический профиль Междисциплинарные задачи

Вариант 1

Задача 1 (20 баллов)

Щуп зонда застрял во льду кометы. Для подобных ситуаций в щуп встроена трубка. Сквозь неё пропускают пар, который при этом охлаждается и конденсируется, достигнув температуры t °С, вода выходит из трубки ($0 \leq t \leq 100$). Напишите код, вычисляющий количество льда, которое было расплавлено таким образом за время высвобождения зонда, если через трубку прошло m кг пара, а температура льда – 0 °С.

Решение к задаче представить в двух частях. Первая часть – решение физической составляющей задачи с пояснениями. Вторая часть – программный код. Программный код можно представить на одном из следующих языков: C++, Python, C, Паскаль.

Пример ввода:

0

1

Пример вывода:

8.115

Решение:

$$cm(100-t) + Lm == Am2$$

$$m2 = (cm(100-t) + Lm)/A$$

Задача 2 (30 баллов)

На Венере находится образец массой m кг, при этом расположен он на склоне длиной L м и высотой h м. Коэффициент трения равен u ($0 < u < 1$). Напишите код, вычисляющий силу, которую надо приложить к образцу вдоль плоскости, чтобы:

а) поднять образец;

б) спустить образец?

Решение к задаче представить в двух частях. Первая часть – решение физической составляющей задачи с пояснениями. Вторая часть – программный код, с помощью которого можно найти ответ на вопрос, поставленный в задаче. Программный код можно представить на одном из следующих языков: C++, Python, C, Паскаль.

Ускорение свободного падения на Венере – 8.87 м/с².

Пример ввода:

12

1

0.5

МОСКОВСКАЯ ПРЕДПРОФЕССИОНАЛЬНАЯ
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

Заключительный этап
Аэрокосмический профиль
Междисциплинарные задачи

Пример вывода:
Вывод в любом формате

Решение:

$$\cos\alpha = L/\sqrt{L^2 + H^2}$$

$$\sin\alpha = H/\sqrt{L^2 + H^2}$$

$$N = mg\cos\alpha$$

$$F_{тр} = kmg\cos\alpha$$

$$F_{п} - F_{тр} - mg\sin\alpha = 0$$

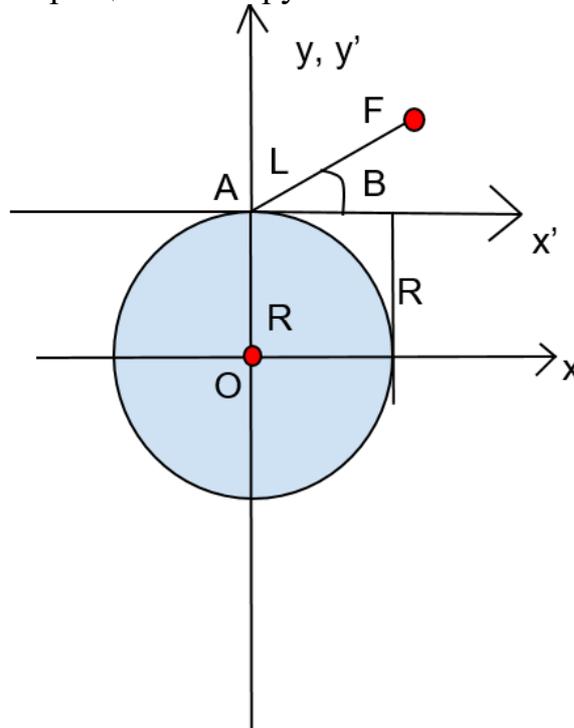
$$F_{п} = mg(k\cos\alpha + \sin\alpha)$$

$$F_0 - F_{тр} + mg\sin\alpha = 0$$

$$F_{п} = mg(\sin\alpha - k\cos\alpha)$$

Задача 3 (50 баллов)

Неизвестное тело, обращающееся вокруг неизвестной сферической планеты радиуса R м. При наблюдении в телескоп из центра планеты тело сместилось на α (измеряется в градусах) за t секунд. При этом занимаемый телом сегмент видимого пространства увеличился на n процентов. Напишите код, вычисляющий количество витков, которое успеет совершить тело, прежде чем упасть, если изначально оно находилось в L м от некоей точки A на экваторе и относительно этой точки обладало возвышением в β (измеряется в градусах). Тело можно считать упавшим, когда его высота оказывается ниже 1 м. Считать, что планета не вращается вокруг своей оси.



МОСКОВСКАЯ ПРЕДПРОФЕССИОНАЛЬНАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

Заключительный этап Аэрокосмический профиль Междисциплинарные задачи

Решение к задаче представить в двух частях. Первая часть – решение физической составляющей задачи с пояснениями. Вторая часть – программный код, с помощью которого можно найти ответ на вопрос, поставленный в задаче. Программный код можно представить на одном из следующих языков: C++, Python, C, Паскаль.

Решение:

Рассмотрим систему координат O такую, что её центр совпадает с центром планеты, ось OY направлена из центра планеты O в точку A , а ось OX лежит в экваториальной плоскости, перпендикулярна оси OY , а проекция вектора OF , где F – начальная позиция тела, на ось OX положительна. Рассмотрим также производную систему координат O_2 смещённую относительно первой на вектор $(0; R)$. Легко видеть, что ось O_2X_2 проходит по касательной к экватору через точку A , а ось O_2Y_2 совпадает с OY . Таким образом, чтобы преобразовать координаты из системы O_2 в систему O необходимо добавить $(0; -R)$.

В системе O_2 угол между O_2X_2 и O_2F равен возвышению β . Модуль вектора O_2F , вследствие линейности преобразования, остаётся неизменным и равен L . Таким образом, координаты F в системе O_2 равны $(L\cos\beta, L\sin\beta)$. Тогда, координаты в системе O равны $(L\cos\beta, L\sin\beta + R)$. Высота над поверхностью равна разности модуля этого вектора и R . Обозначим её за H .

$$H = L\sin 2\beta + (L\sin\beta + R)^2 - R$$

Поскольку размеры увеличиваются в $1+n/100$ раз за время t , высота за t уменьшается в $1+n/100$ раз. Последовательность высот тогда описывается последовательностью $h_k = H(1+n/100)^{-k}$. Преобразуя в неравенство, $(1+n/100)^{-k} \geq H^{-1}H$. При условии, что в начальный момент времени это выражение истинно (иначе ответ 0), взятие логарифма по основанию $(1+n/100)$ даст: $1 - k \log(1+n/100) \geq \log(H^{-1}H)$ или $k \geq \frac{1 - \log(H^{-1}H)}{\log(1+n/100)}$.

Заменяя неравенство на равенство, получаем $k_{кр}$.

$$k_{кр} = \frac{1 - \log(H^{-1}H)}{\log(1+n/100)}$$

Пройденный за это время угол можно получить как $k_{кр} \cdot \alpha$. После этого остаётся взять ближайшее меньшее целое от $k_{кр} \cdot \alpha / 360^\circ$.

Ответ:

$$\text{floor}\left(\frac{360^\circ \log(1+n/100)}{\log(H^{-1}H)}\right)$$

**МОСКОВСКАЯ ПРЕДПРОФЕССИОНАЛЬНАЯ
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ**

**Заключительный этап
Аэрокосмический профиль
Междисциплинарные задачи**

Критерии оценивания к задаче 1

1. Нет осмысленного физического решения, и неверно написан код – 1 балл.
2. Физическое решение частично верно (получены корректные промежуточные результаты, и/или корректно найдена часть требуемых по заданию величин) – 6.
3. Физическое решение верно, код написан неверно – 13.
4. Физическое решение верно, в коде ошибка лишь во вводе или выводе – 16.
5. Физическое решение верно, код написан верно – 20.

Критерии оценивания к задаче 2

1. Нет осмысленного физического решения, и неверно написан код – 1 балл.
2. Физическое решение частично верно (получены корректные промежуточные результаты, и/или корректно найдена часть требуемых по заданию величин) – 10.
3. Физическое решение верно, код написан неверно – 20.
4. Физическое решение верно, в коде ошибка лишь во вводе или выводе – 25.
5. Физическое решение верно, код написан верно – 30.

Критерии оценивания к задаче 3

1. Нет осмысленного физического решения, и неверно написан код – 1 балл.
2. Физическое решение частично верно (получены корректные промежуточные результаты, и/или корректно найдена лишь часть требуемых по заданию величин) – 16.
3. Физическое решение верно, код написан неверно – 33.
4. Физическое решение верно, в коде ошибка лишь во вводе или выводе – 41.
5. Физическое решение верно, код написан верно – 50.

**МОСКОВСКАЯ ПРЕДПРОФЕССИОНАЛЬНАЯ
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ**

**Заключительный этап
Аэрокосмический профиль
Междисциплинарные задачи**

Вариант 2

Задача 1 (20 баллов)

Щуп зонда застрял в ледяной поверхности звезды Зерос. Разработчиками было предусмотрено возникновение подобных ситуаций, в связи с этим в щуп встроена трубка. Сквозь неё пропускают раскалённый газ, который при этом охлаждается и конденсируется при $100\text{ }^{\circ}\text{C}$, достигнув температуры $t\text{ }^{\circ}\text{C}$, вода выходит из трубки ($0 \leq t \leq 100$). Напишите код, вычисляющий количество газа, прошедшее через трубку за время высвобождения зонда, если было расплавлено m кг льда, а температура льда – $0\text{ }^{\circ}\text{C}$.

Решение к задаче представить в двух частях. Первая часть – решение физической составляющей задачи с пояснениями. Вторая часть – программный код. Программный код можно представить на одном из следующих языков: C++, Python, C, Паскаль.

Пример ввода:

0

1

Пример вывода:

0.1232

Решение:

$$m = Am^2 / (c(100-t) + L)$$

Задача 2 (30 баллов)

На Венере находится артефакт, поддерживающий цивилизацию инопланетян. Инопланетянам необходимо переместить артефакт, приложив силу, зная, что он расположен на склоне длиной L м и высотой h м. Коэффициент трения равен u ($0 < u < 1$). К нему прикладывается сила F вдоль плоскости. Напишите код, вычисляющий массу артефакта, если приложение силы ведёт к:

а) подъёму образца;

б) спуску образца.

Решение к задаче представить в двух частях. Первая часть – решение физической составляющей задачи с пояснениями. Вторая часть – программный код, с помощью которого можно найти ответ на вопрос, поставленный в задаче. Программный код можно представить на одном из следующих языков: C++, Python, C, Паскаль.

Ускорение свободного падения на Венере – 8.87 м/с^2 .

МОСКОВСКАЯ ПРЕДПРОФЕССИОНАЛЬНАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

Заключительный этап Аэрокосмический профиль Междисциплинарные задачи

Пример ввода:

12

1

5

Пример вывода:

Вывод в любом формате

Решение:

$$F = m_{\text{п}} * g (k \cos \alpha + \sin \alpha)$$

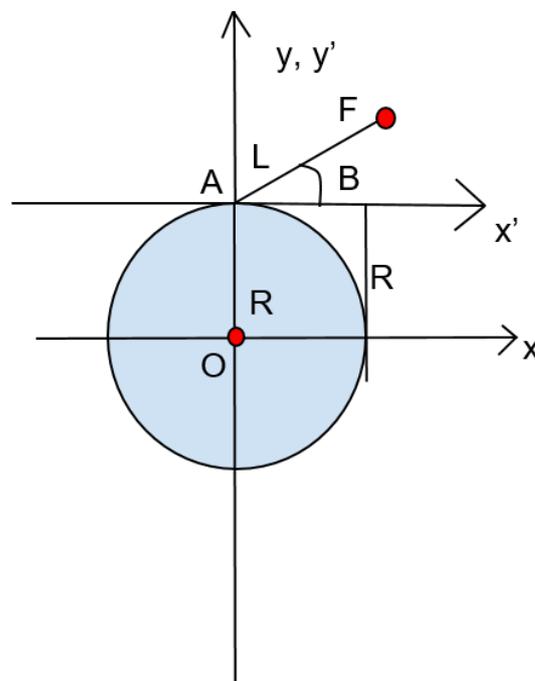
$$m_{\text{п}} = F / (g (k \cos \alpha + \sin \alpha))$$

$$F = m_{\text{о}} * g (\sin \alpha - k \cos \alpha)$$

$$m_{\text{о}} = F / (g (\sin \alpha - k \cos \alpha))$$

Задача 3 (50 баллов)

Корабль инопланетян движется по круговой орбите неизвестной сферической планеты радиуса R м. При наблюдении в телескоп из центра планеты корабль сместился на α (измеряется в градусах) за t секунд. При этом занимаемый кораблём сегмент видимого пространства увеличился на n процентов. Напишите код, вычисляющий высоту корабля над поверхностью планеты через n витков, если изначально он находился в L м от некой точки A на экваторе и относительно этой точки обладало возвышением в β (измеряется в градусах). Если высота корабля в какой-то момент времени оказывается ниже 1 м, он считается заходящим на посадку, и в качестве ответа нужно вывести ноль. Считать, что планета не вращается вокруг своей оси.



МОСКОВСКАЯ ПРЕДПРОФЕССИОНАЛЬНАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

Заключительный этап Аэрокосмический профиль Междисциплинарные задачи

Решение к задаче представить в двух частях. Первая часть – решение физической составляющей задачи с пояснениями. Вторая часть – программный код, с помощью которого можно найти ответ на вопрос, поставленный в задаче. Программный код можно представить на одном из следующих языков: C++, Python, C, Паскаль.

Решение: Рассмотрим систему координат O такую, что её центр совпадает с центром планеты, ось OY направлена из центра планеты O в точку A , а ось OX лежит в экваториальной плоскости, перпендикулярна оси OY , а проекция вектора OF , где F – начальная позиция тела, на ось OX положительна. Рассмотрим также производную систему координат O_2 смещённую относительно первой на вектор $(0; R)$. Легко видеть, что ось O_2X_2 проходит по касательной к экватору через точку A , а ось O_2Y_2 совпадает с OY . Таким образом, чтобы преобразовать координаты из системы O_2 в систему O необходимо добавить $(0; -R)$.

В системе O_2 угол между O_2X_2 и O_2F равен возвышению β . Модуль вектора O_2F , вследствие линейности преобразования, остаётся неизменным и равен L . Таким образом, координаты F в системе O_2 равны $(L\cos\beta, L\sin\beta)$. Тогда, координаты в системе O равны $(L\cos\beta, L\sin\beta + R)$. Высота над поверхностью равна разности модуля этого вектора и R . Обозначим её за H .

$$H = L^2\sin^2\beta + (L\sin\beta + R)^2 - R$$

Поскольку размеры увеличиваются в $1+n/100$ раз за время t , высота за t уменьшается в $1+n/100$ раз. Последовательность высот тогда описывается последовательностью $h_k = H(1+n/100)^{-k}$.

Ответ: $h_k = H(1+n/100)^{-k}$

МОСКОВСКАЯ ПРЕДПРОФЕССИОНАЛЬНАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

Заключительный этап Аэрокосмический профиль Междисциплинарные задачи

Критерии оценивания к задаче 1

6. Нет осмысленного физического решения, и неверно написан код – 1 балл.
7. Физическое решение частично верно (получены корректные промежуточные результаты, и/или корректно найдена часть требуемых по заданию величин) – 6.
8. Физическое решение верно, код написан неверно – 13.
9. Физическое решение верно, в коде ошибка лишь во вводе или выводе – 16.
10. Физическое решение верно, код написан верно – 20.

Критерии оценивания к задаче 2

6. Нет осмысленного физического решения, и неверно написан код – 1 балл.
7. Физическое решение частично верно (получены корректные промежуточные результаты, и/или корректно найдена часть требуемых по заданию величин) – 10.
8. Физическое решение верно, код написан неверно – 20.
9. Физическое решение верно, в коде ошибка лишь во вводе или выводе – 25.
10. Физическое решение верно, код написан верно – 30.

Критерии оценивания к задаче 3

6. Нет осмысленного физического решения, и неверно написан код – 1 балл.
7. Физическое решение частично верно (получены корректные промежуточные результаты, и/или корректно найдена лишь часть требуемых по заданию величин) – 16.
8. Физическое решение верно, код написан неверно – 33.
9. Физическое решение верно, в коде ошибка лишь во вводе или выводе – 41.
10. Физическое решение верно, код написан верно – 50.