

**Задача 1.** Существуют ли такие три попарно различных натуральных числа  $a$ ,  $b$  и  $c$ , что числа  $a + b + c$  и  $a \cdot b \cdot c$  являются квадратами некоторых натуральных чисел?

**Задача 2.** В строку выписано 39 чисел, не равных нулю. Сумма любых двух соседних чисел положительна, а сумма всех чисел отрицательна. Каким может быть знак произведения всех чисел? (Укажите все варианты и докажите, что других нет.)

**Задача 3.** Внутри параллелограмма  $ABCD$  отмечена точка  $K$ . Точка  $M$  — середина  $BC$ , точка  $P$  — середина  $KM$ . Докажите, что если  $\angle APB = \angle CPD = 90^\circ$ , то  $AK = DK$ .

**Задача 4.** Андрей Степанович каждый день выпивает столько капель валерьянки, сколько в этом месяце уже было солнечных дней (включая текущий день). Иван Петрович каждый пасмурный день выпивает количество капель валерьянки, равное номеру дня в месяце, а в солнечные дни не пьет. Докажите, что если в апреле ровно половина дней будет пасмурные, а другая половина — солнечные, то Андрей Степанович и Иван Петрович выпьют за месяц поровну валерьянки.

**Задача 5.** В некотором государстве сложение и вычитание обозначаются знаками «!» и «?», но вам неизвестно, какой знак какой операции соответствует. Каждая операция применяется к двум числам, но про вычитание вам неизвестно, вычитается левое число из правого или правое из левого. К примеру, выражение  $a ? b$  обозначает одно из следующих:  $a - b$ ,  $b - a$  или  $a + b$ . Вам неизвестно, как записываются числа в этом государстве, но переменные  $a$ ,  $b$  и скобки есть и используются как обычно. Объясните, как с помощью них и знаков «!», «?» записать выражение, которое гарантированно равно  $20a - 18b$ .

**Задача 6.** На сторонах выпуклого шестиугольника  $ABCDEF$  во внешнюю сторону построены равносторонние треугольники  $ABC_1$ ,  $BCD_1$ ,  $CDE_1$ ,  $DEF_1$ ,  $EFA_1$  и  $FAB_1$ . Оказалось, что треугольник  $B_1D_1F_1$  — равносторонний. Докажите, что треугольник  $A_1C_1E_1$  также равносторонний.

---

**XVI устная городская олимпиада по геометрии для 8–11 классов**  
состоится 15 апреля.

Подробности — на странице [olympiads.mcsme.ru/ustn/](http://olympiads.mcsme.ru/ustn/)

---

Задачи, решения, информация о закрытии

**LXXXI Московской математической олимпиады**

на сайте [www.mcsme.ru/mmo/](http://www.mcsme.ru/mmo/)