

Задача 1. Графики квадратного трёхчлена и его производной разбивают координатную плоскость на четыре части. Сколько корней имеет этот квадратный трёхчлен?

Задача 2. Имеются одна треугольная и одна четырёхугольная пирамиды, все рёбра которых равны 1. Покажите, как разрезать их на несколько частей и склеить из этих частей куб (без пустот и щелей, все части должны использоваться).

Задача 3. Существуют ли такое натуральное n и такой многочлен $P(x)$ степени n , имеющий n различных действительных корней, что при всех действительных x выполнено равенство

а) $P(x)P(x+1) = P(x^2)$;

б) $P(x)P(x+1) = P(x^2+1)$?

Задача 4. Можно ли представить число 11^{2018} в виде суммы кубов двух натуральных чисел?

Задача 5. На сторонах выпуклого шестиугольника $ABCDEF$ во внешнюю сторону построены правильные треугольники ABC_1 , BCD_1 , CDE_1 , DEF_1 , EFA_1 и FAB_1 . Оказалось, что треугольник $B_1D_1F_1$ правильный. Докажите, что треугольник $A_1C_1E_1$ также правильный.

Задача 6. В доме из 2^n комнат сделали евроремонт. При этом выключатели света оказались перепутанными, так что при включении выключателя в одной комнате загорается лампочка, вообще говоря, в какой-то другой комнате. Чтобы узнать, какой выключатель к какой комнате подсоединён, прораб посылает несколько людей в какие-то комнаты, чтобы те, одновременно включив там выключатели, вернулись и сообщили ему, горела лампочка в их комнате или нет.

а) Докажите, что за $2n$ таких посылок прораб может установить соответствие между выключателями и комнатами.

б) А может ли он обойтись $2n - 1$ такими посылками?

XVI устная городская олимпиада по геометрии для 8–11 классов
состоится 15 апреля.

Подробности — на странице olympiads.mcsme.ru/ustn/

Задачи, решения, информация о закрытии

LXXXI Московской математической олимпиады

на сайте www.mcsme.ru/mmo/