

LXXIX МОСКОВСКАЯ МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ОЛИМПИАДА

13 марта 2016 года • 9 класс

**Задача 1.** Сумма трех положительных чисел равна их произведению. Докажите, что хотя бы два из них больше единицы.

**Задача 2.** В треугольнике  $ABC$  на продолжении медианы  $CM$  за точку  $C$  отметили точку  $K$  так, что  $AM = CK$ . Известно, что угол  $BMC$  равен  $60^\circ$ . Докажите, что  $AC = BK$ .

**Задача 3.** Васе задали на дом уравнение  $x^2 + p_1x + q_1 = 0$ , где  $p_1$  и  $q_1$  — целые числа. Он нашел его корни  $p_2$  и  $q_2$  и написал новое уравнение  $x^2 + p_2x + q_2 = 0$ . Повторив операцию еще трижды, Вася заметил, что он решал 4 квадратных уравнения, и все они имели целые корни (если из двух возможных уравнений корни имело ровно одно, то Вася всегда выбирал его, а если оба — любое). Однако, как ни старался Вася, у него не получилось составить пятое уравнение так, чтобы оно имело вещественные корни, и Вася сильно расстроился. Какое уравнение Васе задали на дом?

**Задача 4.** Точка  $O$  — центр описанной окружности остроугольного треугольника  $ABC$ . Прямая, перпендикулярная стороне  $AC$ , пересекает отрезок  $BC$  и прямую  $AB$  в точках  $Q$  и  $P$  соответственно. Докажите, что точки  $B$ ,  $O$  и середины отрезков  $AP$  и  $CQ$  лежат на одной окружности.

**Задача 5.** Есть ли 2016-значное число, перестановкой цифр которого можно получить 2016 разных 2016-значных полных квадратов?

**Задача 6.** В стране лингвистов существует  $n$  языков. Там живет  $m$  людей, каждый из которых знает ровно 3 языка, причем для разных людей эти наборы различны. Известно, что максимальное число людей, любые два из которых могут поговорить без посредников, равно  $k$ . Оказалось, что  $11n \leq k \leq \frac{m}{2}$ . Докажите, что тогда в стране найдутся хотя бы  $mn$  пар людей, которые не смогут поговорить без посредников.

---

XIV устная городская олимпиада по геометрии для 8–11 классов  
состоится 17 апреля.

Подробности — на странице [olympiads.mcsme.ru/ustn/](http://olympiads.mcsme.ru/ustn/) (после 20 марта)

---

Задачи, решения, информация о закрытии  
**LXXIX Московской математической олимпиады**  
на сайте [www.mcsme.ru/mmo/](http://www.mcsme.ru/mmo/)