

Задачи, ответы и критерии оценок

Авторы задач:

С.Д. Варламов, Е.А.Вишнякова, Е.А. Мажник, М.Ю. Ромашка

Каждая задача оценивается из 10 баллов. Всего участник может набрать до 50 баллов.

Задача 1. С наклонной плоскости без проскальзывания скатывается тонкостенная труба, наматывая на себя сверху легкую и тонкую веревку, которую можно считать нерастяжимой. Свободный конец веревки прикреплен к бруску, лежащему на плоскости выше трубы. Масса трубы M , масса бруска $M/2$. Ось трубы горизонтальна, свободный участок веревки параллелен наклонной плоскости и перпендикулярен оси трубы. Плоскость составляет с горизонтом угол $\alpha = 30^\circ$. Ускорение, с которым поступательно движется брусок вслед за трубой, равно $0,3g$. Чему равен коэффициент трения μ между бруском и плоскостью?

Ответ: коэффициент трения между бруском и плоскостью равен $\mu = \frac{4\sqrt{3}}{15} \approx 0,46$.

Критерии оценок:

При решении с использованием закона изменения механической энергии:

Правильно записано (в том числе словами) уравнение кинематической связи (то, что ускорение оси трубы вдвое меньше ускорения бруска) – 2 балла

Правильно найдена скорость бруска (или оси трубы) при прохождении некоторого расстояния L – 1 балл

Правильно записан закон изменения механической энергии – 4 балла. Если предыдущий пункт явно не проделан, но в уравнении фигурируют правильные значения скоростей бруска и оси трубы – то сюда добавляется 1 балл из предыдущего пункта. Если в законе изменения механической энергии неправильно учтена кинетическая энергия катящейся трубы (ошибка в 2 раза), то за этот пункт ставится 2 балла.

Из закона изменения механической энергии получен правильный ответ для μ – 3 балла. Если по ходу вычислений сделана арифметическая ошибка, то за этот пункт ставится 2 балла.

При решении с использованием уравнений динамики (с использованием момента инерции):

Правильно записано (в том числе словами) уравнение кинематической связи (то, что ускорение оси трубы вдвое меньше ускорения бруска) – 2 балла

Правильно записан второй закон Ньютона для движения бруска вдоль плоскости – 1 балл

Правильно записан второй закон Ньютона для центра масс трубы – 2 балла

Правильно записано уравнение моментов для качения трубы – 2 балла (либо 4 балла, если оно записано относительно мгновенной оси вращения – в этом случае уравнение движения центра масс не нужно). В любом случае, если правильно записана полная система динамических уравнений для бруска и трубы (это может быть 2 или 3 уравнения – в зависимости от того, как выбрана ось для записи уравнения моментов) – то за это ставится всего 5 баллов.

Получен правильный ответ для μ – 3 балла. Если по ходу вычислений сделана арифметическая ошибка, то за этот пункт ставится 2 балла.

Всего: 10 баллов.

Задача 2. Один моль идеального газа участвует в циклическом процессе $1 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 1$ холодильной машины. В состоянии 1 газ имеет температуру T_1 и объем V_1 . Известно, что все переходы газа из одного состояния в другое – политропические. Показатель политропы процесса $2-3$ на единицу больше показателя политропы процесса $1-2$ и на единицу меньше показателя политропы процесса $3-1$. В процессе $1-2$ объем газа уменьшается в k раз. Один из процессов цикла – изотермический.

1) Определите объем газа в состоянии 3.

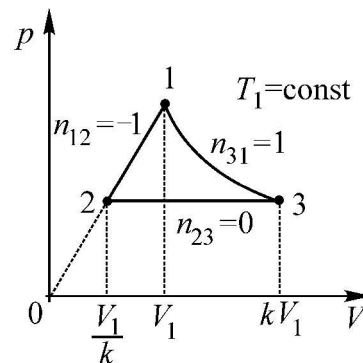
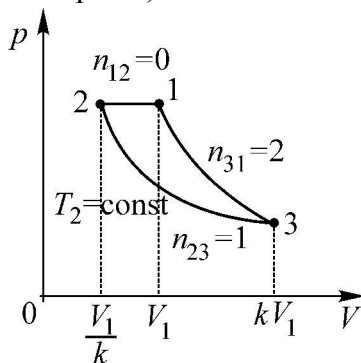
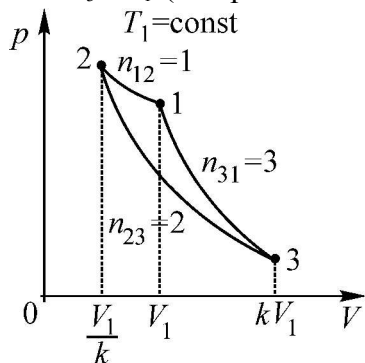
2) Изобразите на pV -диаграмме цикл, соответствующий условию задачи, указав для каждого из процессов его показатель политропы.

3) Чему может быть равна температура газа в состоянии 3?

Справка: Политропическим называется процесс, в течение которого теплоемкость газа не изменяется: $C = \text{const}$. Уравнение такого процесса имеет вид $pV^n = \text{const}$, или $p_1V_1^n = p_2V_2^n$. Величину n называют показателем политропы.

Ответ: 1) объем газа в состоянии 3 равен $V_3 = kV_1$; 2) три возможные pV -диаграммы показаны на рисунке; 3) температура газа в состоянии 3 может быть равна $T_3 = \frac{T_1}{k^2}$, $T_3 = \frac{T_1}{k}$

или $T_3 = T_1$ (в порядке следования диаграмм).



Критерии оценок:

Правильно найден объем V_3 – 2 балла

Правильно найдена связь между T_3 и T_1 при произвольном n – 2 балла

Рассмотрены три возможных цикла, удовлетворяющих условию задачи, при этом на каждой диаграмме:

правильно изображены линии, соответствующие трем политропическим процессам – 0,5 балла;

для каждого из трех процессов указан показатель политропы – всего 1 балл

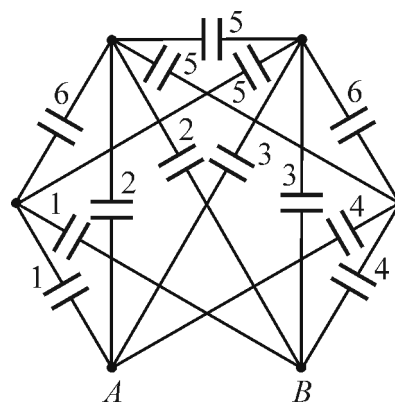
Определены три возможных значения температуры T_3 (для трех возможных диаграмм) – по 0,5 балла за каждое правильное значение.

Таким образом, если правильно рассмотрен только один вариант из трех, то за задачу ставится 6 баллов.

Всего: 10 баллов.

Задача 3. Найдите электрическую емкость участка AB цепи, схема которого приведена на рисунке. Емкости конденсаторов указаны на схеме в мкФ, емкостью соединительных проводов можно пренебречь. Провода соединены только в местах, обозначенных точками.

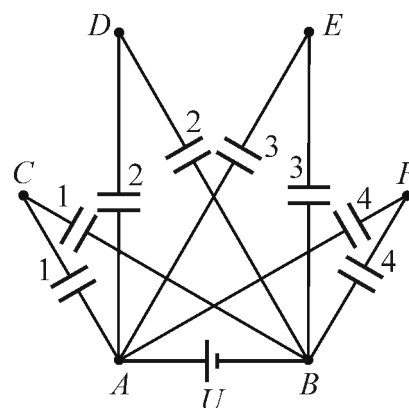
Ответ: электрическая емкость участка AB цепи равна $C_{AB} = 5$ мкФ.



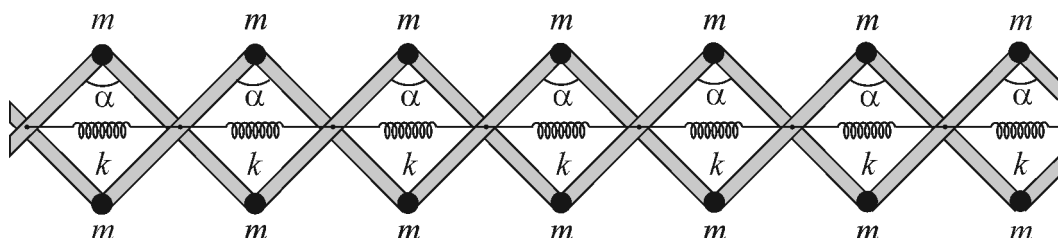
Критерии оценок: Замечено и обосновано, что потенциалы точек C, D, E и F одинаковы – 5 баллов. Если обоснования нет (это просто указано и используется – 2 балла)

Нарисована эквивалентная схема, из которой исключены «лишние» конденсаторы емкостями 5 мкФ и 6 мкФ – 1 балл.

Правильно найдена электрическая емкость участка цепи – 4 балла (если при вычислении емкости сделана арифметическая ошибка – 2 балла)



Задача 4. Шарнирная конструкция состоит из очень большого числа N периодически повторяющихся одинаковых звеньев (см. рис). Каждое звено включает в себя пружину, концы которой прикреплены к серединам двух пар скрещенных реек, два сферических шарнирных блока и четыре половинки самих реек. Шарнирные блоки дают возможность рейкам свободно вращаться в пространстве. Жёсткость каждой из пружин равна k , масса каждого из шарнирных блоков равна m , все остальные элементы невесомы, трения нигде нет. Когда пружины не деформированы, рейки образуют между собой угол α . Концы этой конструкции соединили между собой, образовав большое кольцо, так, что пружины расположились вокруг цилиндрической поверхности. Получившаяся система колеблется таким образом, что в каждый момент времени все пружины сжаты или растянуты одинаково. Найдите период этих колебаний вокруг положения равновесия, считая их малыми. Система находится в невесомости.



Ответ: Период малых колебаний системы равен $T = N \sqrt{\frac{2m}{k}}$.

Критерии оценок: Задача может правильно решаться при помощи большого набора

разных верных способов! При решении с помощью энергетических соображений можно выбирать координату разным способом, и выразить энергию через эту координату и соответствующую скорость.

Записано правильное выражение для потенциальной энергии системы (при любом выборе координаты) – 2 балла.

Правильно записано уравнение кинематической связи для радиальной и осевой составляющих скорости шарнирного блока (или отдельно выписаны выражения для составляющих скоростей, при любом выборе координаты) – 2 балла.

Правильно записано выражение для кинетической энергии системы – 2 балла

Получено правильное выражение для частоты малых гармонических колебаний системы – 3 балла (если правильно записан закон сохранения механической энергии, но при получении из него уравнения гармонических колебаний или их частоты сделана вычислительная ошибка – ставится 1 балл)

Получен правильный ответ для периода малых гармонических колебаний системы – 1 балл

Примечание: малым слагаемым $\sim 1/N^2$ в выражении для кинетической энергии можно пренебречь на любом этапе решения; снижать баллы за это не следует.

Всего: 10 баллов.

Задача 5. Внутри прозрачного шестигранного корпуса шариковой ручки имеется круглый канал, заполненный чернилами. При рассматривании темного канала через прозрачный корпус было отмечено, что вращение корпуса вокруг его оси симметрии приводит к изменению видимой толщины канала с чернилами. Ширина видимой темной полосы максимальна, когда ближайшее ребро шестигранника, ось симметрии ручки и глаз наблюдателя лежат в одной плоскости. Отношение максимальной видимой толщины канала к его минимальной видимой толщине при неизменном расстоянии от ручки до глаза (которое во много раз больше толщины ручки) равно двум. Отношение диаметра d канала к длине L стороны шестигранника равно $d/L = \sqrt{3}/4$. Найдите показатель преломления n материала, из которого сделан корпус.

Ответ: показатель преломления материала корпуса ручки $n = 2$.

Критерии оценок: Нарисован ход лучей для положения корпуса ручки, при котором наблюдается максимальная ширина канала – 3 балла.

Указано, что минимальная видимая ширина канала, равная его настоящему диаметру d , достигается тогда, когда канал рассматривается через одну из граней корпуса, и все лучи проходят через эту грань – 1 балл.

Доказано, что лучи, идущие от точек канала, расположенных максимально далеко от оси симметрии ручки, проходят через середины двух соседних граней корпуса, через которые виден канал – 2 балла.

Найден синус угла падения крайнего луча на стенку канала – 2 балла

Найден синус угла преломления при прохождении крайнего луча через стенку канала – 1 балл

Получен правильный ответ для показателя преломления – 1 балл

Всего: 10 баллов.