

Задача 1. Существует ли такое натуральное число n , что числа n , n^2 , n^3 начинаются на одну и ту же цифру, отличную от единицы?

Задача 2. По кругу в некотором порядке расставлены все натуральные числа от 1 до 1000 таким образом, что любое из чисел является делителем суммы двух своих соседей. Известно, что рядом с числом k стоят два нечетных числа. Какой четности может быть число k ?

Задача 3. Каждый день Фрекен Бок выпекает квадратный торт размером 3×3 . Карлсон немедленно вырезает себе из него четыре квадратных куска размером 1×1 со сторонами, параллельными сторонам торта (не обязательно по линиям сетки 3×3). После этого Малыш вырезает себе из оставшейся части торта квадратный кусок со сторонами, также параллельными сторонам торта. На какой наибольший кусок торта может рассчитывать Малыш вне зависимости от действий Карлсона?

Задача 4. Точки O и I — центры описанной и вписанной окружностей неравнобедренного треугольника ABC . Две равные окружности касаются сторон AB , BC и AC , BC соответственно; кроме этого, они касаются друг друга в точке K . Оказалось, что K лежит на прямой OI . Найдите $\angle BAC$.

Задача 5. Император пригласил на праздник 2015 волшебников, некоторые из которых добрые, а остальные злые. Добрый волшебник всегда говорит правду, а злой может говорить что угодно. При этом волшебники знают, кто добрый и кто злой, а император нет.

На празднике император задает каждому волшебнику (в каком хочет порядке) по вопросу, на которые можно ответить «да» или «нет». Опросив всех волшебников, император изгоняет одного. Изгнанный волшебник выходит в заколдованную дверь, и император узнает, добрый он был или злой. Затем император вновь задает каждому из оставшихся волшебников по вопросу, вновь одного изгоняет, и так далее, пока император не решит остановиться (он может это сделать после любого вопроса).

Докажите, что император может изгнать всех злых волшебников, удалив при этом не более одного доброго.

Задача 6. Существуют ли два многочлена с целыми коэффициентами такие, что у каждого из них есть коэффициент, модуль которого больше 2015, но у произведения этих двух многочленов модули всех коэффициентов не превосходят 1?