

**Задача 1.** Квадратный трёхчлен  $f(x) = ax^2 + bx + c$  принимает в точках  $\frac{1}{a}$  и  $c$  значения разных знаков. Докажите, что корни трёхчлена  $f(x)$  имеют разные знаки.

**Задача 2.** В магазине в ряд висят 21 белая и 21 фиолетовая рубашка. Найдите такое минимальное  $k$ , что при любом изначальном порядке рубашек можно снять  $k$  белых и  $k$  фиолетовых рубашек так, чтобы оставшиеся белые рубашки висели подряд и оставшиеся фиолетовые рубашки тоже висели подряд.

**Задача 3.** Дан треугольник  $ABC$ . Обозначим через  $M$  середину стороны  $AC$ , а через  $P$  — середину отрезка  $CM$ . Описанная окружность треугольника  $ABP$  пересекает отрезок  $BC$  во внутренней точке  $Q$ . Докажите, что  $\angle ABM = \angle MQR$ .

**Задача 4.** Дано несколько белых и несколько чёрных точек. Из каждой белой точки идёт стрелка в каждую чёрную, на каждой стрелке написано натуральное число.

Известно, что если пройти по любому замкнутому маршруту, то произведение чисел на стрелках, идущих по направлению движения, равно произведению чисел на стрелках, идущих против направления движения.

Обязательно ли тогда можно поставить в каждой точке натуральное число так, чтобы число на каждой стрелке равнялось произведению чисел на её концах?

**Задача 5.** Дан треугольник, у которого нет равных углов. Петя и Вася играют в такую игру: за один ход Петя отмечает точку на плоскости, а Вася красит её по своему выбору в красный или синий цвет. Петя выигрывает, если какие-то три из отмеченных им и покрашенных Васей точек образуют одноцветный треугольник, подобный исходному.

За какое наименьшее число ходов Петя сможет гарантированно выиграть (каков бы ни был исходный треугольник)?

**Задача 6.** Многочлен  $P(x)$  обладает следующими свойствами:  $P(0) = 1$ ,  $(P(x))^2 = 1 + x + x^{100} \cdot Q(x)$ , где  $Q(x)$  — некий многочлен. Докажите, что коэффициент при  $x^{99}$  многочлена  $(P(x) + 1)^{100}$  равен нулю.

---

**II устная городская олимпиада по геометрии для 8–11 классов**  
состоится 13 апреля.

Подробная информация на сайте [olympiads.mcsme.ru/ustn/](http://olympiads.mcsme.ru/ustn/)

---

**Закрытие LXXVII Московской математической олимпиады**  
пройдёт в воскресенье 23 марта в Главном здании МГУ.

Подробная информация на сайте [www.mcsme.ru/mmo/](http://www.mcsme.ru/mmo/)