LXXVI Московская математическая олимпиада

8 класс 10.03.2013

Задача № 1. Ваня записал несколько простых чисел, использовав ровно по одному разу все цифры от $\mathbf{1}$ до $\mathbf{9}$. Сумма этих простых чисел оказалась равной $\mathbf{225}$. Можно ли, использовав ровно по одному разу те же цифры, записать несколько простых чисел так, чтобы их сумма оказалась меньше?

Задача № 2. Треугольник ABC равнобедренный ($AB = BC$). Точка M — середина стороны AB, точка P — середина отрезка CM, точка N делит сторону BC в отношении $3 : 1$ (считая от вершины B). Докажите, что $AP = MN$.

Задача № 3. На занятии кружка $\mathbf{10}$ школьников решали $\mathbf{10}$ задач. Все школьники решили разное количество задач; каждую задачу решило одинаковое количество школьников. Один из этих десяти школьников, Боря, решил задачи с первой по пятую и не решил задачи с шестой по девятую. Решил ли он десятую задачу?

Задача № 4. По кругу расставили $\mathbf{1000}$ чисел, среди которых нет нулей, и раскрасили их поочерёдно в белый и чёрный цвета. Оказалось, что каждое чёрное число равно сумме двух соседних с ним белых чисел, а каждое белое число равно произведению двух соседних с ним чёрных чисел.

Чему может быть равна сумма всех расставленных чисел?

Задача № 5. Будем называть точку плоскости *узлом*, если обе её координаты — целые числа. Внутри некоторого треугольника с вершинами в узлах лежит ровно два узла (возможно, какие-то ещё узлы лежат на его сторонах). Докажите, что прямая, проходящая через эти два узла, либо проходит через одну из вершин треугольника, либо параллельна одной из его сторон.

Задача № 6. На доске записано целое положительное число N. Два игрока ходят по очереди. За ход разрешается либо заменить число на доске на один из его делителей (отличных от единицы и самого числа), либо уменьшить число на единицу (если при этом число остаётся положительным). Тот, кто не может сделать ход, проигрывает. При каких N первый игрок может выиграть, как бы ни играл соперник?

XI устная олимпиада по геометрии для 8–11 классов
состоится 14 апреля 2013 года.
Подробную информацию смотрите на сайте http://olympiads.mccme.ru/ustn/

Закрытие LXXVI Московской математической олимпиады
пройдёт в субботу 31 марта 2013 года в Главном здании МГУ.
Подробную информацию смотрите на сайте http://www.mccme.ru/mmo/

LXXVI Московская математическая олимпиада

8 класс 10.03.2013

Задача № 1. Ваня записал несколько простых чисел, использовав ровно по одному разу все цифры от $\mathbf{1}$ до $\mathbf{9}$. Сумма этих простых чисел оказалась равной $\mathbf{225}$. Можно ли, использовав ровно по одному разу те же цифры, записать несколько простых чисел так, чтобы их сумма оказалась меньше?

Задача № 2. Треугольник ABC равнобедренный ($AB = BC$). Точка M — середина стороны AB, точка P — середина отрезка CM, точка N делит сторону BC в отношении $3 : 1$ (считая от вершины B). Докажите, что $AP = MN$.

Задача № 3. На занятии кружка $\mathbf{10}$ школьников решали $\mathbf{10}$ задач. Все школьники решили разное количество задач; каждую задачу решило одинаковое количество школьников. Один из этих десяти школьников, Боря, решил задачи с первой по пятую и не решил задачи с шестой по девятую. Решил ли он десятую задачу?

Задача № 4. По кругу расставили $\mathbf{1000}$ чисел, среди которых нет нулей, и раскрасили их поочерёдно в белый и чёрный цвета. Оказалось, что каждое чёрное число равно сумме двух соседних с ним белых чисел, а каждое белое число равно произведению двух соседних с ним чёрных чисел.

Чему может быть равна сумма всех расставленных чисел?

Задача № 5. Будем называть точку плоскости *узлом*, если обе её координаты — целые числа. Внутри некоторого треугольника с вершинами в узлах лежит ровно два узла (возможно, какие-то ещё узлы лежат на его сторонах). Докажите, что прямая, проходящая через эти два узла, либо проходит через одну из вершин треугольника, либо параллельна одной из его сторон.

Задача № 6. На доске записано целое положительное число N. Два игрока ходят по очереди. За ход разрешается либо заменить число на доске на один из его делителей (отличных от единицы и самого числа), либо уменьшить число на единицу (если при этом число остаётся положительным). Тот, кто не может сделать ход, проигрывает. При каких N первый игрок может выиграть, как бы ни играл соперник?

XI устная олимпиада по геометрии для 8–11 классов
состоится 14 апреля 2013 года.
Подробную информацию смотрите на сайте http://olympiads.mccme.ru/ustn/

Закрытие LXXVI Московской математической олимпиады
пройдёт в субботу 31 марта 2013 года в Главном здании МГУ.
Подробную информацию смотрите на сайте http://www.mccme.ru/mmo/