

РЕШЕНИЯ

Заключительный этап

10 класс, 11 класс

1. Как будут идти маятниковые часы, доставленные с Земли на поверхность Марса?

1. Ускорение свободного падения на поверхности планеты g равно

$$g = \frac{GM}{R^2},$$

где M и R — масса и радиус планеты. Масса Марса составляет 0.107 от массы Земли, а его радиус — 0.533 радиуса Земли. В итоге, ускорение свободного падения g на Марсе равно 0.377 от этой же величины на Земле. Период колебаний часов T с маятником длины l равен

$$T = 2\pi\sqrt{l/g},$$

и маятниковые часы на Марсе будут идти в 1.629 раз медленнее, чем на нашей планете.

2. Предположим, что сегодня Луна в фазе первой четверти покрывает звезду Альдебаран (α Тельца). Какой сейчас сезон года?

2. Звезда Альдебаран находится неподалеку от эклиптики в созвездии Тельца. Солнце проходит эту область неба в конце мая — начале июня. Луна в фазе первой четверти отстоит от Солнца на 90° к востоку и находится в том месте неба, куда Солнце придет через три месяца. Следовательно, сейчас конец февраля — начало марта.

3. Блеск Венеры во время верхнего соединения равен -3.9^m , а во время наибольшей элонгации — 4.4^m . Чему равен блеск Венеры в этих конфигурациях при наблюдении с Марса? Расстояние от Венеры до Солнца равно 0.723 а.е., а от Марса до Солнца 1.524 а.е.

3. Фаза Венеры равна 1.0 в верхнем соединении и 0.5 в наибольшей элонгации вне зависимости от того, проводим ли мы наблюдения с Земли или с Марса. Таким образом, нам нужно всего лишь рассчитать, на сколько изменится расстояние до Венеры в той или иной конфигурации, если пункт наблюдения переместится с Земли на Марс. Обозначим через a_0 радиус орбиты Венеры, а через a — радиус орбиты планеты, с которой ведутся наблюдения. Тогда расстояние до Венеры в момент ее верхнего соединения будет равно $a+a_0$, что составляет 1.723 а.е. для Земли и 2.247 а.е. для Марса. Тогда звездная величина Венеры во время верхнего соединения на Марсе будет равна

$$m_1 = -3.9 + 5 \lg(2.247/1.723) = -3.3.$$

Расстояние до Венеры в момент наибольшей элонгации равно

$$d = \sqrt{a^2 - a_0^2}$$

и составляет 0.691 а.е. для Земли и 1.342 а.е. для Марса. Звездная величина Венеры в момент наибольшей элонгации равна

$$m_2 = -4.4 + 5 \lg (1.342/0.691) = -3.0.$$

Интересно, что Венера светит на Марсе (как и Меркурий на Земле) в наибольшей элонгации слабее, чем в верхнем соединении.

4. Двойная система состоит из двух одинаковых звезд с массой 5 масс Солнца, обращающихся по круговым орбитам вокруг общего центра масс с периодом 316 лет. Удастся ли разрешить эту пару визуально в телескоп "ТАЛ-М" с диаметром объектива 8 см и увеличением окуляра 105^{\times} , если расстояние до нее равно 100 пк?

4. Определим расстояние между звездами по III обобщенному закону Кеплера:

$$\frac{a^3}{T^2 M} = \frac{G}{4\pi^2} = const.$$

Здесь a — большая полуось орбиты (равная расстоянию между звездами в случае круговой орбиты), T — период обращения, а M — суммарная масса двух тел. Сравним данную систему с системой Солнце-Земля. Суммарная масса двух звезд в 10 раз превышает массу Солнца (масса Земли вносит ничтожно малый вклад), а период превышает период обращения Земли в 316 раз. В итоге, расстояние между звездами составляет 100 а.е. С расстояния в 100 пк эти две звезды будут видны не более чем в $1''$ друг от друга. Разрешить такую тесную пару в телескоп "ТАЛ-М" не удастся, какое увеличение мы бы ни использовали. В этом нетрудно убедиться, рассчитав размер дифракционных дисков данных звезд по известной формуле для зелено-желтых лучей:

$$\delta = \frac{14''}{D},$$

где D — диаметр объектива в сантиметрах. Здесь мы не учли влияние земной атмосферы, которое еще больше усугубит картину. Итак, данная пара будет видна в телескоп "ТАЛ-М" только как одиночная звезда.

5. Парафиновая деталь в виде шара (без пустот внутри) плотностью 650 кг/м^3 плавает в воде на лунной космической базе. Как изменится архимедова сила, действующая на шар, если он будет плавать в масле? (Плотность воды 1000 кг/м^3 , масла 900 кг/м^3 , ускорение свободного падения на Луне $1,6 \text{ м/с}^2$).

5. Так как плотность парафиновой детали меньше плотности воды, и плотности масла, он будет плавать и в воде, и в масле, и в обоих случаях архимедова сила будет равна ее собственному весу и не изменится, когда мы переложим деталь из воды в масло. Другое дело, что вес детали будет в 6 раз меньше, чем на Земле.